

彰化縣 113 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選 作品說明書

作品編號：

組別： ☒ 國小組

☒ 數學類

☐ 人文社會類

☐ 國中組

☐ 自然與生活科技類

作品名稱：

從瞎猜到推理：1A2B 猜數字遊戲的規則分析與挑戰



第一階段 研究訓練階段

壹、近二年學校獨立研究課程之規劃

學期 \ 年級	五年級	六年級
上學期	獨立研究	獨立研究
下學期	獨立研究	獨立研究

教學內容：

- 一、培養基本研究能力，學習研究方法與應用。
- 二、文章重點節錄與歸納分析。
- 三、相關文書處理軟體的學習與操作。
- 四、成果發表分享與觀摩學習。
- 五、參考歷年獨立研究得獎作品並評析討論。
- 六、尋找有興趣的主題進行討論，並著手擬訂計畫。
- 七、蒐集閱讀資料，思考分析彙整素材。
- 八、研究報告的撰寫與檢討反思。

貳、學校如何提供該生獨立研究訓練

- 一、分年級階段規劃獨立研究基礎能力課程，依照學生興趣引導探索相關問題，針對有興趣的內容討論其成為獨立研究主題的可行性。
- 二、在不斷地討論中修正溝通表達，培養該生積極主動的學習態度，注重思辨能力及邏輯性，進而找到最佳解而非最速解。
- 三、提供獨立研究相關訊息。

第二階段 獨立研究階段

壹、研究動機

在餐廳等待上菜前，我常常會跟家人玩各種紙上遊戲，像是：賓果、井字和 1A2B 遊戲，其中我最喜歡的是 1A2B 數字遊戲。這個遊戲很有趣，明明只要從 10 個阿拉伯數字裡挑出 4 個數字，並且位置正確，就可以贏得遊戲，但自己在玩的時候，偏偏就失是沒有頭緒、沒有邏輯，覺得都在碰運氣，運氣好的時候可以使用比較少的回合就猜到對方的數字，運氣不好時，一下子就被對方猜出數字，輸得慘兮兮的。

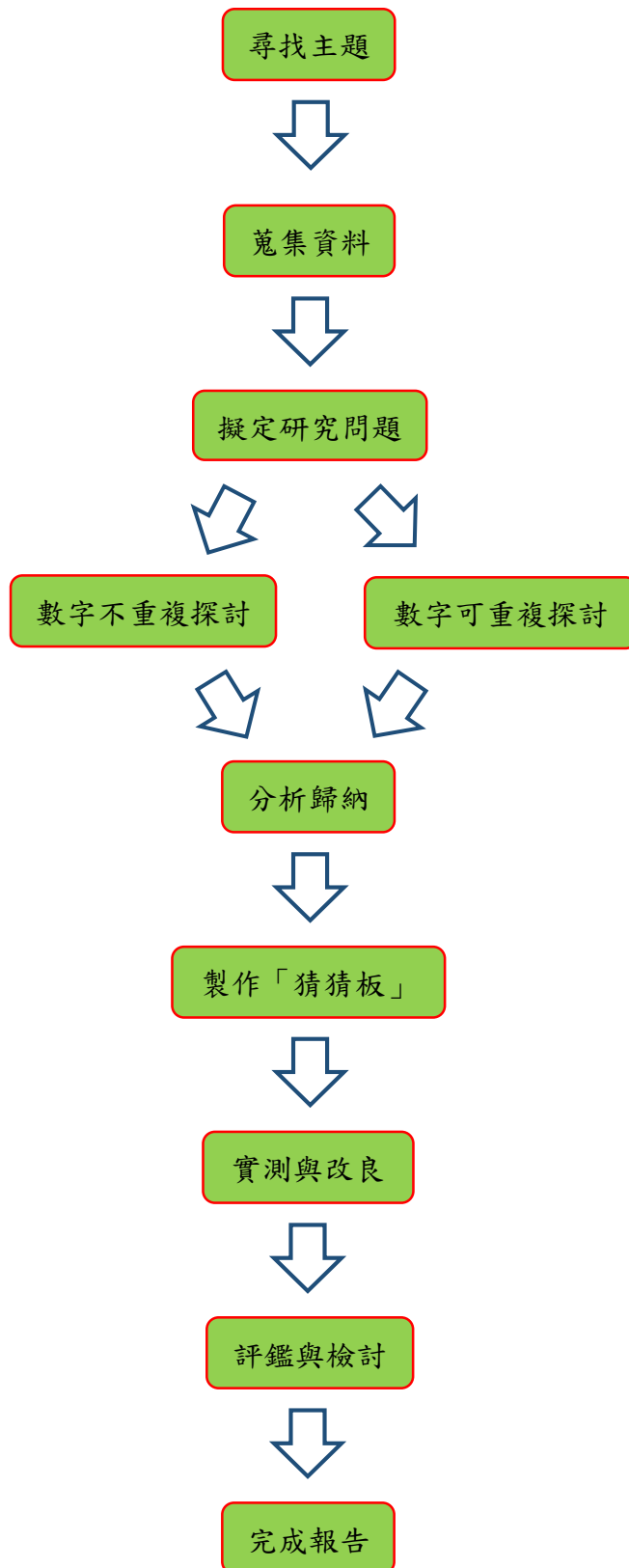
當猜出的好多組合都是 2B 的時候，根本就覺得天要亡我，到底要猜到民國幾年才可以猜到答案，實在是很沒有信心。這個遊戲明明只是互相猜數字，但爸爸常常贏我，我覺得爸爸應該不只是運氣好，他一定知道什麼我不知道的訣竅，但是爸爸就是不告訴我他為什麼會贏我，而且我很好奇 1A2B 是誰發明的，是誰這麼聰明？設計出這麼好

貳、擬定工作進度表、正式計畫、研究問題

一、工作進度表

月份 項目	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
尋找主題	☹							
蒐集資料	☹	☹	☹	☹	☹			
擬定研究問題		☹						
情況一：數字不重複		☹	☹					
情況二：數字可重複			☹	☹				
製作遊戲板			☹	☹				
實測&改良				☹	☹			
分析歸納					☹	☹	☹	
評鑑&檢討						☹	☹	☹

二、正式計畫



三、研究問題

1. 如何快速地排除不可能是答案的數字？
2. 當規則是可重複數字時，要如何回答？
3. 如何簡化規則？
4. 如何區分難度？

參、彙整相關文獻

一、1A2B 這個遊戲起源於 20 世紀中期的英國，它在國外的名稱叫作 mastermind 或 cows and bulls，出現早於商業化的棋盤遊戲版本《Mastermind》。

二、一般由兩個人或多人玩，也可以一個人和電腦玩。一方出數字，另一方猜，玩法是：

1. 請出題者寫下 4 個 0~9 的數字，而且數字不能重複。
2. 出題者必須根據猜題者喊的數字來回應是幾 A 幾 B，A 指的是數字和位置都對的數字；B 指的則是數字對位置錯的數字（例如：出題者寫 8126，猜題者喊 8251，出題者就要回答【1A2B】，因為 8 位置和數字都對，所以是 1A；而 2 和 1 則是數字對但位置錯，所以是 2B）在不重複的狀況下，不可能出現【3A1B】。
3. 當出現【4A】時，表示四個數字都猜中且位置正確，遊戲就結束了。

三、1A2B 遊戲通常設有猜測次數的上限。根據電腦計算，如果使用最快的方法，任何組合最多 7 次就可推測出四個位置正確的數字，所以需要猜到第 8 次才能得到【4A】的結果。

四、其實 1A2B 也有另一種數字可重複的玩法。如果有出現重複的數字，則重複的數字每個也只能算一次(例如:答案為 5587，猜題者 5325，出題者要回答【1A1B】，因為第一個 5 位置和數字都對，所以是 1A；而第四個 5 則是數字對但位置錯，所以是 1B，如果猜題者喊 5264，出題者要回答【1A】，因為第一個 5 位置和數字都正確，所以是 1A，而 5 只能算一次)。

根據統計，數字可重複的電腦版本平均猜測次數最少需要 4.34 次，但最壞需要 6 次才能猜出來。平均次數為 5.213 次。

五、電腦的猜測策略可以分為三類：簡單策略、啟發式策略、最優策略。

1. 簡單策略的優點是速度非常快，缺點是所需猜測次數很多。

對於普通規則，簡單策略最多需要猜測 9 次，平均需要 5.56 次。

2. 啟發式策略只是評估比較精準而已。啟發式策略分為四種：

(1) 預期步數指標：它能粗略的估計還需要多少步驟才能猜到答案。它最多需猜測 7 次，平均需要猜測 5.265 次。

(2) 回饋個數指標：此數字反饋越多的越好。它最多需要猜測 8 次，平均需要猜測 5.308 次。

(3) 最壞情況指標：選擇可能有答案但最不可能的數字作為下一個猜測的數字。它最多需要猜測 7 次，平均需要猜測 5.385 次。

(4) 平均情況指標：選擇可能有答案但最不可能與最有可能數字的平均作為下一個猜測的數字。它最多需要猜測 7 次，平均需要猜測 5.268 次。

啟發式策略的效果通常取決於所有數字的排列，不過影響一般不大。

3. 最優策略需要由電腦用能大概確定答案的方式獲得。方法是:由於每次猜測的選擇是有限的，並且我們知道一定可以在限制次數內猜出所有答案，那麼計算機可以列舉所有猜法，從中找出最佳的策略。

肆、資料分析

一、如何排除不是答案的數字？

在 1A1B 數字遊戲中，關鍵在於觀察 A 和 B 的數量，逐漸縮小範圍並利用每次猜測後得到的幾 A 幾 B 來修正策略，進行下一步的判斷。

(一)通用方法

- 一開始通常會先用 1234、5678 等連續數字試探答案。如果前兩次的幾 A 和幾 B 加起來等於 2 的話，那就代表 9 和 0 一定有，例如:答案為【5930】，第一次喊【1234】是【1A】、第二次喊【5678】也是【1A】，因為幾 A 幾 B 加起來等於 2，這時就能確定 9、0 一定都有。(如下表格說明)

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	5	9	3	0
猜的答案	1	2	3	4
回答	0A	0A	1A	0A

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	5	9	3	0
猜的答案	5	6	7	8
回答	1A	0A	0A	0A

2. 若幾 A 幾 B 加起來等於 4 的話，那就代表 9 和 0 一定沒有，例如：答案為【1638】，第一次喊【1234】是【2A】、第二次喊【5678】也是【2A】，這時就能確定 9、0 一定沒有。又如果 $A+B=4$ 的另一種組合(例如：【2A2B】)，表示這組合可能猜中很多數字，可在下次猜測中調整這些數字的順序或位置。如果 $A+B$ 離 4 比較遠(例如：【2B】)，則可嘗試其他數字。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	6	3	8
猜的答案	1	2	3	4
回答	1A	0A	1A	0A

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	6	3	8
猜的答案	5	6	7	8
回答	0A	1A	0A	1A

3. 在猜測時，如果有其中一次是【0A0B】的話，那就代表那些數字就不用想了，例如：答案為【9587】，第一次喊【1234】是【0A0B】，表示【1234】都不在答案中，這時就能確定 1~4 一定沒有。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	9	5	8	7
猜的答案	1	2	3	4
回答	0A	0A	0A	0A

4. 如果幾 A 幾 B 加起來等於 3，就代表這次猜的數字中，有三個數字是答案，例如：答案為【9587】，喊【5678】是【3B】，就代表只要新加入一個數字，並換其他數字的位置即可。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	9	5	8	7
猜的答案	5	6	7	8
回答	1B	0A	1B	1B

5. 保持耐心與記錄：每次猜測後做好記錄，並回顧之前的結果，避免重複錯誤。這樣在後期可以更快得出正確答案，像是使用快速排除數字的列舉法：把 1~9 按照順序寫下來，並在解題時使用右圖記錄數字的正確位置以幫助分析。



數字	1	2	3	4	5
錯位					
數字	6	7	8	9	0
錯位					

(二)數字可重複(xy xz)之情況

1. 一開始猜數字時，要先猜四個不一樣的數字開始猜，才能如此快速知道每個數字的可能集，(舉例來說，猜【1234】會比猜【2244】還要好，因為猜一次就可以知道四個數字是否有在答案中，如果猜【2244】，可能需要再用一回合去猜【1133】)。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	2	3	7	3
猜的答案	1	2	3	4
回答	0A	1B	2B	0A

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	2	3	7	3
猜的答案	2	2	4	4
回答	1A	0A	0A	0A

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	2	3	7	3
猜的答案	1	1	3	3
回答	0A	0A	1B	1A

2. 當玩法為 4 個數字裡可重複 2 個時，如果猜的數字都不一樣(例如:5386)且對方回答只有 A 時(例如:2A)，代表沒有猜中那個可重複的數字。如果對方回答【3A1B】時，就可以把【3A1B】的 B 換成 A(例如:猜 2258，對方回答【3A】，就換成 2558、2858、5258、8258)

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	7	3	7	6
猜的答案	5	3	8	6
回答	0A	1A	0A	1A

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	2	5	5	8
猜的答案	2	2	5	8
回答	1A	0A	1A	1A

3. 當猜測的數字都不一樣(例如：【8196】)，如果對方回答【3A】或【3A1B】，代表只剩下一個重複的數字不對(當答案是【8896】，你猜【8196】，就會得到【3A1B】，就代表其中一個數字是重複的，其他不重複的數字都猜出來了。)

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	8	8	9	6
猜的答案	8	1	9	6
回答	1A1B	0A	1A	1A

4. 如果你得到像【1A】或【1B】，那麼這個數字可能只出現一次，如果是【2A】或【2B】以上，那麼這個數字可能重複，在接下來的回合裡，就可以朝著重複的答案縮小範圍猜測。

(三)數字不可重複(xyza) 之情況

1. 逐步排除法：當有些數字正確猜出但位置錯誤(B)，可換個位置繼續測試。這樣逐步將不可能的選項排除，縮小答案範圍。這種方法避免反覆猜測同一位置的錯誤數字。
2. 使用二分法策略：在已確認的數字中，可以選擇固定一些位置，然後變動剩下的數字，以此找出正確的數字組合。這樣能進一步確定每個數字的精確位置。
3. 當數字不可重複時，如果有一次是【2A2B】例如：答案為【1432】，喊【1234】，這時就能確定所有數字都猜中了，只要繼續猜這四個數字，只是位置要再調整。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	4	3	2
猜的答案	1	2	3	4
回答	1A	1B	1A	1B

4. 當數字不可重複時，如果有其中一次是【1B】的話，那就代表這些數字先不考慮，例如：答案為【9487】，喊【1234】是【1B】這時就能確定1~4 只有一個數字是位置錯誤的答案，應該要先喊其他數字。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	9	4	8	7
猜的答案	1	2	3	4
回答	0A	0A	0A	1B

5. 如果有一次是【2A2B】例如：答案為【1432】，喊【1234】，可以先鎖定 2 個數字的位置，交換另外 2 個數字的位置，如果先鎖定 1 和 4，下一次可以喊【1324】就會得到【1A3B】；這樣就代表 1 或 4 有一個的位置是對的，如果推論再下一次 1 是對的，可以喊【1432】就可以得到答案。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	4	3	2
猜的答案	1	2	3	4
回答	1A	1B	1A	1B

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	4	3	2
猜的答案	1	3	2	4
回答	1A	1B	1B	1B

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	4	3	2
猜的答案	1	4	3	2
回答	1A	1A	1A	1A

二、當規則是可重複數字時要如何回答？

1. 如果答案是 4444，當對方猜 1234 的時候是要回答 4A、1A3B 或 1A 呢？正確應該是要回答【1A3B】，因為第 4 個數字的數字和位置都正確，所以是 1A，再加上 4 同時是其他 3 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 3B，加起來就是回答【1A3B】。

（如下表）

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	4	4	4	4
猜的答案	1	2	3	4
回答	0A	0A	0A	1A3B

2. 如果答案是 1222，當對方猜 1234 的時候是要回答 2A、2A2B 還是 2A1B 呢？正確應該是要回答【2A2B】，因為第 1 和第 2 個數字的數字和位置都正確，所以是 2A，再加上 2 同時是第 3 和第 4 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 2B，加起來就是回答【2A2B】。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	1	2	2	2
猜的答案	1	2	3	4
回答	1A	1A2B	0A	0A

3. 如果答案是 3222，當對方猜 2233 的時候是要回答 1A1B、1A2B 或 1A3B 呢？正確應該是要回答【1A3B】，因為第 2 個數字的數字和位置都正確，所以是 1A，再加上 2 和 3 同時是其他 3 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 3B，加起來就是回答【1A3B】。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	3	2	2	2
猜的答案	2	2	3	3
回答	1B	1A	1B	0A

4. 如果答案是 2233，當對方猜 3222 的時候是要回答 1A1B、1A2B 或 1A3B 呢？正確應該是要回答【1A2B】，因為第 2 個數字的數字和位置都正確，所以是 1A，再加上 2 同時是第 1 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 1B，3 也同時是第 3 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 1B，那個 3 不可以用 2 次。加起來就是回答【1A2B】。（如下表）

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	2	2	3	3
猜的答案	3	2	2	2
回答	1B	1A2B	0A	0A

5. 如果答案是 4234，當對方猜 1324 的時候是要回答 2A2B、1A3B 還是 1A2B 呢？正確應該是要回答【1A3B】，因為第 4 個數字的數字和位置都正確，所以是 1A，再加上 4 同時是第 1 個數字的正確數字，只是位置不對，所以是 1B，再加上 2 和 3 的數字正確，但位置不正確，所以加起來就是回答【1A3B】。

	第一位	第二位	第三位	第四位
正確答案	4	2	3	4
猜的答案	1	3	2	4
回答	0A	1B	1B	1A1B

三、如何增加此遊戲的難度？

1. 限制時間

- (1) 將每一次的猜測都限制思考時間，從出題者喊完幾 A 幾 B 一直到猜題者喊完數字若計時超過 30 秒，挑戰者就算是失敗。
- (2) 此玩法基本可用在只有一個猜題者的情況下，若思考時間超過 30 秒，挑戰者就算是挑戰失敗，若為兩個人輪流猜的模式，則要避免兩位猜題者聽到彼此的答案，不然對先猜題者不利，後猜題者會有時間上的優勢。

2. 限制次數

- (1) 限制猜測的次數，規則是數字不可重複時，因為比較簡單，所以限制 8 次；規則是數字可重複時，因為比較複雜，所以限制 10 次，超過限制次數即為挑戰失敗。

- (2)對於有些人來說，數字可重複所限制的 10 次猜測次數較難，所以可根據挑戰者的實力來斟酌數字可重複的猜測次數。

3. 增加位數

- (1)將原本的四個數字增加成五個數字以上。
- (2)將規則改為只有一個數字可重複兩次或三次時，猜測次數會變多。例如：題目為【88613】，猜【12345】是【2B】、【67890】是【2B】，這時候要花很多次猜測次數才知道是哪個數字重複。
- (3)若規則是數字不可重複時，猜測次數反而會變少，因為猜兩次就知道所有數字的範圍了。例如：題目為【40935】，猜【12345】是【1A2B】、【67890】是【2B】將 12345 抽出來的三個數字與 67890 抽出來兩個數字互換位置就能很快找出正確解答，所以增加位數的這個增加難度方式不適用於數字不可重複的規則。

四、如何簡化規則？

不同年齡層的人的理解力和判斷力不同，年紀大的爺爺奶奶雖然生活經驗很多，可是要他們學習一個全新的遊戲和規則，是比較困難的，因為他們很容易聽了前面就忘了後面，聽力也比較不好，可能需要對手重複回應相同的內容，跟他們一起玩遊戲時，不只需要放慢速度，還需要簡化遊戲規則，讓他們不會覺得太困難，所以我想研究出難度不同的遊戲，讓爺爺奶奶也願意嘗試來玩這個遊戲，不要光聽到數字遊戲就拒絕我。到底要如何區分難度？也許可以規定回答的時間，在幾秒鐘之內要喊出數字，不過限時間回答的規定，對於大人和小朋友可以適用，但對爺爺奶奶來講，可能要找別的方式來區分難度，以免他們緊張到心臟病發作。

為了讓長輩也能輕鬆參與 1A2B 數字遊戲，可以簡化和調整遊戲規則，使他們更容易理解，可以用以下的方式簡化：

(一)通用方法

1. 縮短數字長度：將原本的 4 位數字組合縮短為 3 位（例如【123】），這樣可以減少記憶和推理的難度，讓猜測變得更簡單。
2. 限制數字範圍：可以設定數字範圍在 0-5 之間，避免使用過多不同的數字。這樣長輩在選數字和猜測時更容易上手。
3. 清楚解釋 A 和 B 的含義：直接說明"A"表示「數字和位置都對」，"B"表示「數字對，但位置不對」，並且告訴他們例子。例如，如果答案是【123】而猜測是【132】，那麼可以告訴長輩這裡有【1A2B】，因為 1 的數字和位置都對，而 3 和 2 數字對但位置不對。

	第一位	第二位	第三位
正確答案	1	2	3
猜的答案	1	3	2
回答	1A	1B	1B

1. 減少回合限制：為了降低緊張感，可以不限回合數，讓猜測更輕鬆隨意，長輩們可以花更多時間慢慢思考，享受遊戲過程。
2. 提供線索幫助：在遊戲過程中可以提供一些線索或小提示，避免長輩卡住，例如：如果已經猜很多次都接近正確結果，可以提供一個正確的數字或位置，幫助他們更快猜出答案。
3. 準備紙筆或小道具：提供簡單的紙筆或小道具（如數字卡片），方便長輩記錄每次猜測的數字和結果，幫助他們在遊戲中清楚思考，更有信心的準備下一次的猜測。

(二)數字不可重複

如果對手是適合玩簡化規則的遊戲版本，則建議玩數字不可重複版，等熟練後再玩進階的數字不可重複版，以下是簡化遊戲規則的建議步驟：

1. 先由一個人任意出一組 3 位數的數字（例如 123），不讓其他玩家知道。
2. 長輩輪流猜測 3 位數字，並由出題者告知「幾 A 幾 B」。
3. 反覆猜測，直到有人猜出正確數字組合為止。可以依情況給他們提示，讓遊戲進行得更順利。

這些簡化後的規則和流程，可以降低記憶負擔和推理複雜度，讓長輩們更容易融入遊戲，並享受和家人互動的樂趣。

(三)數字可重複

數字可重複遊戲版，本身遊戲規則就較為複雜，不適用遊戲流程簡化。

五、如何增加難度？

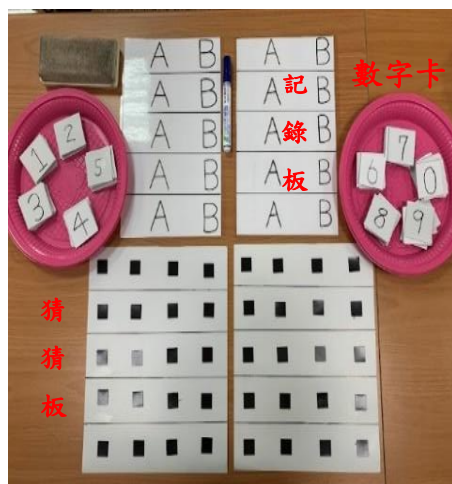
如果對手是新手或長輩，可以先參考三、如何簡化規則的說明，使對手開始喜歡上這個遊戲，等到熟悉後再挑戰高難度一點的版本。

如果對手是有經驗的玩家，可以選擇一些中等難度的數字和位置，從出比較困難的題目作為難度的區分方式，這樣可以讓遊戲更有趣味性和挑戰性。

1. 選擇較為分散的數字：出題時避免選擇連續或相似的數字組合，如【1234】、【5678】，因為這樣容易給對手較多提示。建議挑選如【3591】這樣彼此間數值差異較大的數字。
2. 避免猜測直覺的數字排列：大多數人一開始可能會從【1234】這樣的順序猜起，因此出題目時可以不要使用連續數字，選用較為隨機的組合，讓數字遊戲變得更具挑戰性。

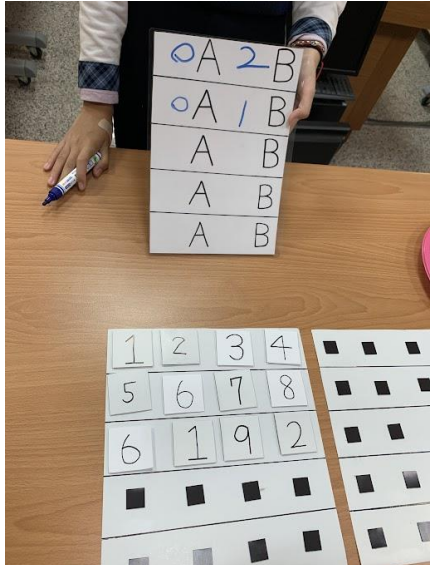
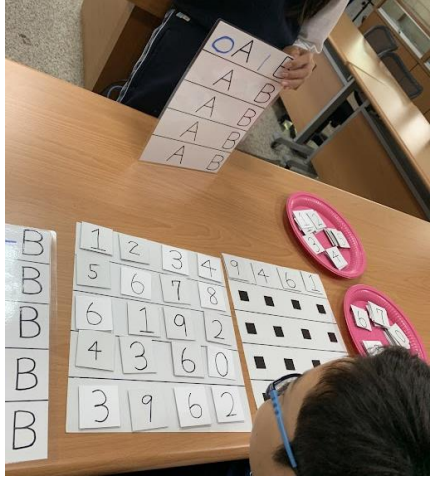
3. 如何出一個需要很多回合才猜得出來的題目？有的時候不是對手猜數字的技巧不好，而是出的題目太難猜了，舉例：如果答案是【1234】，對手應該很容易用直覺在很少的回合就猜到這個答案，但是如果出的題目是【9157】，對手應該要猜很多次，因為猜【0123】，會得到【1A】，猜【4567】會得到【1A1B】，猜【8901】會得到 2B，這些線索都是零零散散的，很難猜出正確答案的，所以面對較有經驗的對手，可以出一個難猜的題目，讓對手無法在很少的回合內找出正確答案，提高趣味和挑戰性。
4. 觀察對方策略並靈活應變：在多人對戰或輪流出題時，可以觀察對方的猜測策略，隨時調整自己出的數字組合，以防止對手利用固定模式猜出答案。

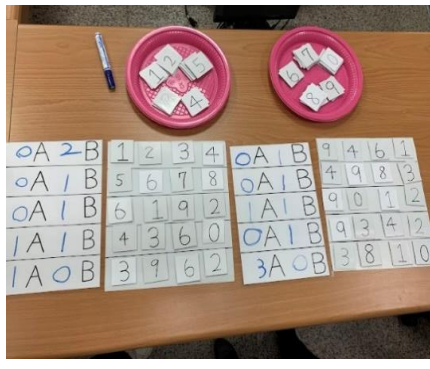
伍、研究結果與討論



製作遊戲板是因為大家都是用紙筆直接玩，我們覺得摸得到實體會比較刺激有趣，因此製作獨一無二的「猜猜板」。我們使用了：厚紙板、磁鐵貼紙來製作猜猜板和數字卡，而記錄板是用厚紙板並護貝，以便能重複使用白板筆紀錄和板擦清除。

一、數字不可重複玩法

遊戲板使用實況	圖 片 說 明
	我們用這個遊戲板玩數字不可重複的版本，甲負責把想猜的數字卡貼到猜猜板上；乙負責出題目，並且依據甲猜測的狀況，在記錄板上寫下結果；猜數字當第二回合時，甲猜 5678 時，得到 0A1B，代表只有一個數字猜中，而且位置不對；依據猜猜板的數字對應記錄板清楚記錄下前面二個回合的線索，決定第三回合猜 6192。
	由於第四回合猜 4360 只得到 1A1B 的結果，甲在猜數字上面有點陷入膠著，推論加猜測第五回合的數字是 3□6□。
	猜到第六回合，甲在猜猜板上用數字卡貼上 9461，結果乙在記錄板上記錄下 0A1B。本來不可重複的遊戲在第八回合如果沒有猜到 4A，遊戲就結束了，但我們很想繼續實驗究竟能不能在十回合內猜到數字，所以於遊戲中討論決定斟酌調整遊戲規則為十回合內猜中。

	甲猜到第九回合，在猜猜板貼上數字卡 9342，結果在記錄板上記錄的結果還是只有 1B，好像又回到第二回合的進度，在遊戲的過程中本來就很常發生這種狀況。
	到第十回合時，經過推理後，決定將數字卡的 3810 貼到猜猜板上，等待乙在記錄卡上寫下的結果。
	第十回合結果揭曉，雖然猜得很接近，從記錄板上得到 3A 的結果，但因為遊戲規則是需要在十回合內猜到答案，而這次沒能在十回合內達到 4A，所以這次的遊戲宣告失敗！雖然沒能成功，但也收獲了樂趣。

二、數字可重複玩法

遊戲板使用實況	圖 片 說 明
	進行難度更高的數字可重複的版本，設定遊戲規則需要在十回合內猜中正確數字才算成功，依照我們上面歸納出來的策略，甲一開始將數字卡 1234 貼在猜猜板上。



乙將 0A1B 的結果記錄在記錄板上，並且將第二回合猜的數字 5678 的結果記錄下來，讓甲可以有更詳細的資訊來分析推理。



果然進行到第二回合時，甲猜的 5678 有跳躍式的進展，因為猜出 1A2B，這代表其中有三個數字正確，而且一個數字位置也正確，另外兩個數字只需要調整位置。



第五回合時記錄板已經填滿，乙把記錄板交給甲，讓甲可以看清楚每一筆清楚記錄下來的線索。並拿第二張記錄板來記錄第六回合的結果是 0A0B。



到第七回合，甲在猜猜板上貼上數字卡 8683，乙記錄是 4A，就代表用了七次猜中正確答案，這是數字可重複的玩法，之所以可以這麼快就猜中，是因為剛好第六回合猜到 0A0B，所以能夠在第七個回合就猜中，是一次很成功的遊戲經驗。

三、經過上述研究，我們發現通常數字不可重複的情況會比數字可重複的情況簡單。但偶爾也會有數字可重複比數字不可重複時簡單，那就是運氣的問題了。

四、調整數字不可重複與數字可重複的難度方法如下：

(一)降低難度

1. 數字不可重複

(1)不限次數

(2)不限制推理時間

(3)增加位數

2. 數字可重複

(1)不限次數

(2)不限限制推理時間

而增加位數反而會變難

(二)增加難度

1. 數字不可重複

(1)限制次數(例如:10 次)

(2)限制推理時間(例如:30 秒鐘)

而增位數反而會變簡單

2. 數字可重複

(1)限制次數(例如:10 次)

(2)限制推理時間(例如:30 秒鐘)

(3)增加位數(例如:五個位數)

陸、評鑑與檢討

分成初期、中期和後期來檢討自己的表現，還有整個過程中遇到的問題和收穫。

一、研究初期

剛開始我對這個數字研究的主題很有興趣，也很認真寫下想研究的主題，目標很清楚。剛開始找資料的時候，我花了很多時間在網路上搜尋，但是經驗不夠，花了一些時間看的有些資料其實用不到，讓我覺得有點浪費時間。做報告時，我一直想逃避，也不太會

有效率地整理資料，所以進度有些拖延。後來老師引導，我也學到要先確定關鍵字，再挑選對自己有幫助的資料，這樣效率就提高很多，這讓我知道，做研究不只是努力就好，還要找對方法。

二、研究中期

研究進行到一半，開始試著分析猜數字遊戲的規則和技巧，這也是我覺得最困難的部分。我的分析結果還算不錯，但中間有些邏輯沒想清楚，多花了一些時間重新整理數字的邏輯，那時候壓力比較大，有時候會覺得煩，甚至不想做了，做報告真的好辛苦！調整過後開始學著把工作拆成小部分，慢慢完成，而且會問老師和家人的建議，調整方向繼續往下做，最後有邏輯的把腦袋裡思考的規則用清晰的表格整理出來，終於做成報告的主要內容。這段時間，我學到要有耐心，遇到問題時要冷靜下來解決，而不是一直煩躁。

三、研究後期

最後要把分析結果整理成報告，並寫了結果和討論。這部分我覺得自己做得還算不錯，報告的結構很清楚，雖然我們實際上用記錄板和猜猜板測試時，同時測試出成功和失敗的例子，我們仍然如實的把所測試的結果完整記錄下來，有些地方可能還不夠詳細，內容還可以更豐富，這做為日後更進步的動力。寫報告的時候，我變得比較細心，也學會檢查自己的內容有沒有錯誤。為了補足細節，我回去補充了一些數據和例子，也畫了表格，讓報告更容易閱讀也更完整。這讓我發現，只要認真檢查和修改，結果會越來越好。

四、總結

這次研究過程雖然很辛苦，但我學到了不少東西，像是怎麼整理資料、規劃時間，還有如何用邏輯解決問題。雖然中間有幾次想放棄，但我撐過去了，現在想起來還蠻有成就感的，真的不敢相信這是靠我們自己的力量產出的報告。如果下次再做獨立研究，我希

望能更早做好時間安排，還有在細節上再多花點心思。這次的經驗讓我明白，完成一件事不只需要努力，還需要方法和耐心。

柒、參考資料：

[百度百科猜數字遊戲](https://reurl.cc/Kd3yvp)：https://reurl.cc/Kd3yvp

[維基百科 Bulls and cows](https://reurl.cc/jQvXeZ)：https://reurl.cc/jQvXeZ