

附件五之一

彰化縣 113 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

作品說明書（封面）

作品編號：（由承辦單位編列）

☒ 國小組

☒ 數學類

組別：

☐ 自然、科技類

☐ 國中組

☐ 人文社會類

作品名稱：唯「孔」不「棋」-探討孔明棋破解方法之研究

◎封面切勿出現校名、作者、校長及指導者姓名，違者不予收件。

彰化縣 113 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

作品說明書

第一階段 研究訓練階段（教師撰寫）

一、近二年學校獨立研究課程之規劃

本校自三年級起提供資優學生相關課程服務，主要切分為兩大部分：研究技能訓練與獨立研究實踐。

課程目標：（一）能體驗發現及解決問題的過程。

（二）能熟練某領域的知識。

（三）能學會研究所需技能。

（四）能依個人興趣拓展相關知識。

（五）能培養正確與積極的研究態度。

（六）能學會與人分工合作的正確態度。

課程大綱如下圖：



二、學校如何提供該生獨立研究訓練

學校在安排獨立研究課程時，按照學生年級切分為三年級、四年級，以及高年級三層次，說明如下：

- (一) 三年級：針對三年級的資優生，會設計與學科相關的課程以拓展其知識基礎，每週安排兩節主題探索課程，主要在研究技巧的訓練方面，讓學生學習文書處理、資料蒐集與整理方法、圖書館運用、觀察與做筆記的能力、晤談方法。在資源教室的充實活動中，提供一般探索機會，搭配如數位相機、顯微鏡、簡單科學實驗技術等的操作練習。每年安排參訪多場展覽，讓學生能找出研究興趣與觀摩優秀作品，並隨時記錄有興趣的主題。
- (二) 四年級：在學科加深加廣方面與三年級相同，但進入此階段，學生已開始針對有興趣的主題進行研究，而非單純只蒐集資料。每週兩節課的獨立研究課程，四年級資優生主要擔任研究協助者，配合學長姐的引導，協助研究觀察與記錄工作，對於了解實際研究歷程與重點事項，是很重要的訓練。
- (三) 高年級：每週進行兩節課的獨立研究課程，實際進行研究，在教師協助下，完成「訂定主題」、「擬定工作進度與分配」、「擬定研究問題」、「蒐集資料與整理」、「尋求資源」、「實際研究與記錄」、「研究討論與發現」、「撰寫書面報告與分享」之流程。在此階段，教師的角色會依據學生能力，慢慢減少干預，擔任引導討論與技術指導工作，掌握學生計畫安排與實際進度是否得宜，並在學生完成報告時協助修改。

第二階段 獨立研究階段（由學生撰寫）

一、研究動機

喜歡數學的我們，經過討論後決定做相關研究，為了避免太過無聊，我們決定從遊戲中尋找，翻閱書籍、上網查詢資料等，找到了一些遊戲，但是有的遊戲太困難了，不知如何開始，有的遊戲太簡單了，只要一下子就破解了，考量以上因素，左挑右選，最後我們決定研究孔明棋。

二、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

（一）擬定正式計畫



（二）研究問題

1. 認識孔明棋
2. 探討倒推解法的可能性
3. 探討連方解法的可能性
4. 探討對稱解法的可能性

（三）工作進度表

月份 工作項目	9	10	11	12	1、2	3	4	5
決定主題	✓							
討論研究問題	✓							

安排進度	✓							
蒐集資料與整理		✓	✓					
討論倒推解法			✓					
討論連方解法				✓	✓			
討論對稱解法						✓		
撰寫書面報告							✓	✓

三、彙整相關文獻

(一)遊戲介紹

1. 起源：孔明棋有許多其他的名稱，例如：單身貴族棋或獨立鑽石棋等，其起源傳說是三國時代諸葛孔明所發明，而後流傳到海外；西方流傳的說法則是源自 18 世紀的法國宮廷。這是一種自我挑戰的益智遊戲，也是一種風行全球的知名遊戲，曾被譽為世界三大益智遊戲之一（另兩種為華容道與魔術方塊）。

2. 玩法

(1) 沿著格線，只能直線或橫線方式跳過相鄰的棋子到另一端的空點，並把被跳過的棋子拿掉。

(2) 棋子不能走步移動。

(3) 一直玩到棋子不能跳為止，最後剩下的棋子越少越好。

(二)相關研究文獻

作品名稱	三角獨子棋	跳子的矩形和立體孔明棋
學校	雲林縣立斗六國民中學	新北市三峽區籠埔國小
組別	國中組 數學科	國小組 數學科
出處	全國中小學科學展覽會 第 56 屆	新北市 104 學年度中小學科學 展覽會

摘要	透過棋子兌換法及電腦程式運算，找到了有限棋盤T(5)不同棋數的所有解盤面。 1. 整理出其中的特殊型——線對稱圖形。 2. 發展出許多找解策略：一線法、對稱跳法、棋子集中原則、棋盤切割法、缺子終點對調法等。 3. 運用三色定理來研究盤面的特性：預測是否有解及終點顏色與位置。	1. 當孔明棋排成 $n \times n$ 的正方形，n 不是 3 的倍數時，可走至剩 1 子；n 為 3 的倍數時，則無法走至剩 1 子。 2. 對於矩形的孔明棋，當長、寬都不是 3 的倍數時，可以走至餘 1 子。 3. 對於長方體的孔明棋，當都不是 3 的倍數時，可以走至餘 1 子。 4. 本作品首先提出了：利用「基本消法」來鋪滿矩形，依鋪滿的方式，計算矩形棋棋譜的上界。
----	---	---

四、資料分析

1. 名詞定義：

(1)孔明棋棋盤：我們將孔明棋棋盤標上數字，方便說明步驟。

(2)原始棋盤：擺滿棋子，只剩第 17 空格的棋盤。

2. 倒推法探討：我們一開始的目標是在中間(17)剩一子，但怎麼玩都做不到，所以我們想要用倒推往前一步的方法，慢慢去推論。

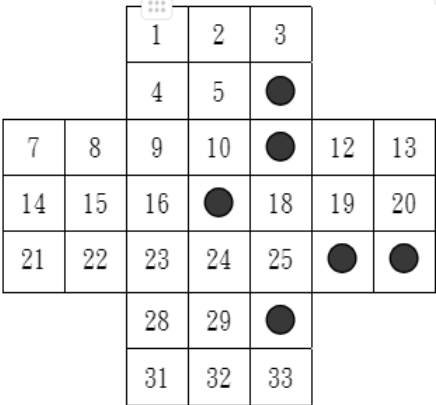
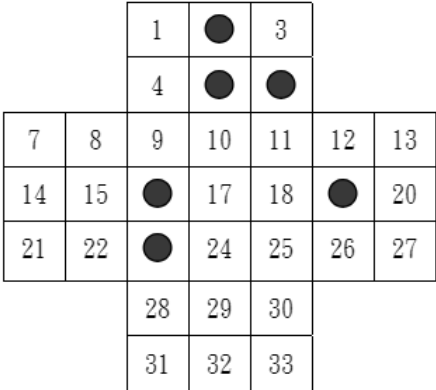
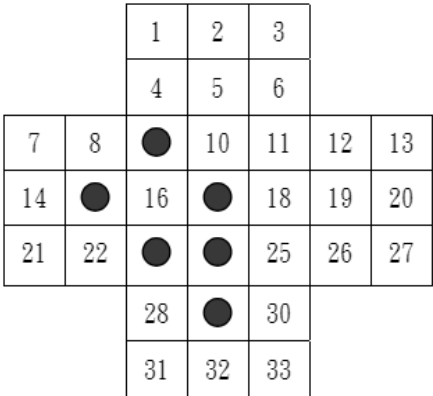
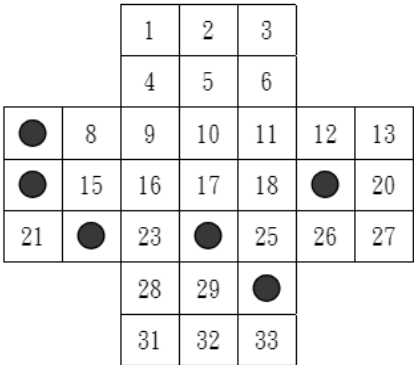
編號	名稱說明	棋盤圖形	解法	四方向旋轉
1	倒推一步(2子)		1. 15-17(左) 2. 29-17(下) 3. 19-17(右) 4. 05-17(上)	可以

2-1	倒推 二步 (3 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	●	●	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			8-10 , 5-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	●	●	10	11	12	13																																															
14	15	16	17	18	19	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
2-2	倒推 二步 (3 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	●	11	12	13	14	15	16	●	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27			28	●	30					31	32	33			10-24 , 29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	●	11	12	13																																															
14	15	16	●	18	19	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	
3-1	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>16</td><td>17</td><td>●</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	8	9	●	11	12	13	14	●	16	17	●	19	20	21	22	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			5-17 , 18- 16 , 15-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	8	9	●	11	12	13																																															
14	●	16	17	●	19	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
3-2	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	8	●	10	11	12	13	14	●	16	17	18	19	20	21	●	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			22-8 , 8-10 , 5-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	8	●	10	11	12	13																																															
14	●	16	17	18	19	20																																															
21	●	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	

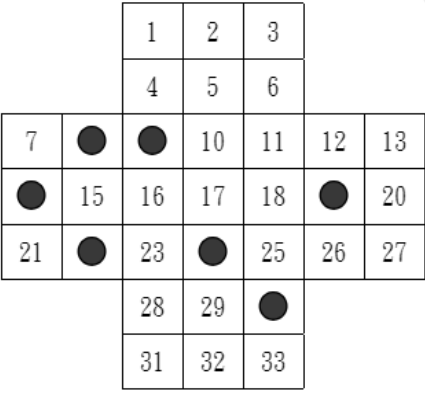
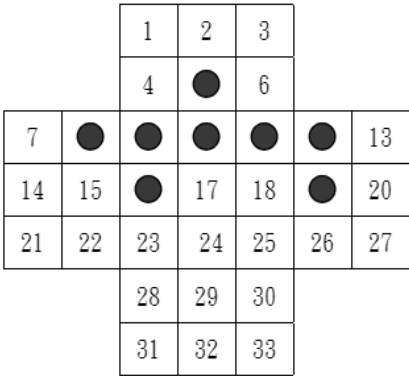
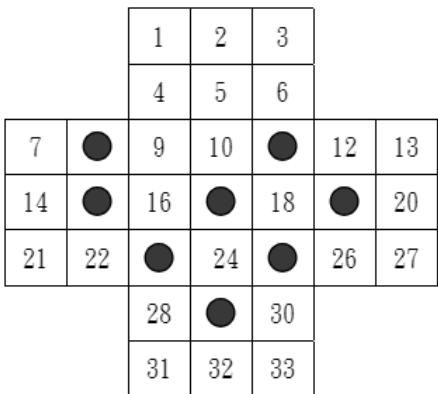
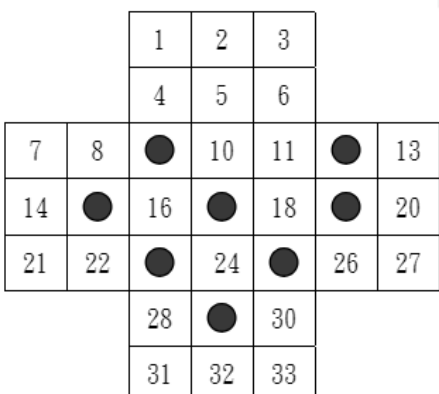
3-3	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			●	2	3					●	●	6			7	●	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			1-9 , 8-10 , 5-17	可以
		●	2	3																																																	
		●	●	6																																																	
7	●	9	10	11	12	13																																															
14	15	16	17	18	19	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
3-4	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	●	18	19	20	21	22	23	●	●	●	27			28	29	30					31	32	33			17-29 , 26- 24 , 29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
14	15	16	●	18	19	20																																															
21	22	23	●	●	●	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
3-5	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	●	●	16	●	18	●	20	21	22	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			14-16-18 , 19-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
●	●	16	●	18	●	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
3-6	倒推 三步 (4 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>●</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	●	20	21	22	●	●	25	26	27			28	29	●					31	32	33			23-25 , 30- 18 , 19-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
14	15	16	17	18	●	20																																															
21	22	●	●	25	26	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	

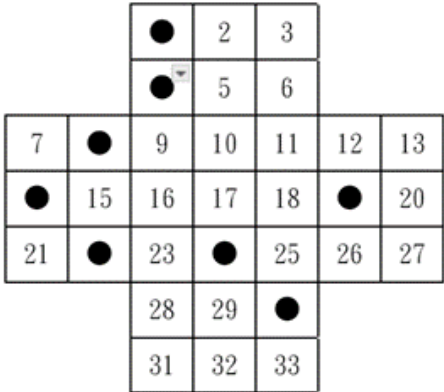
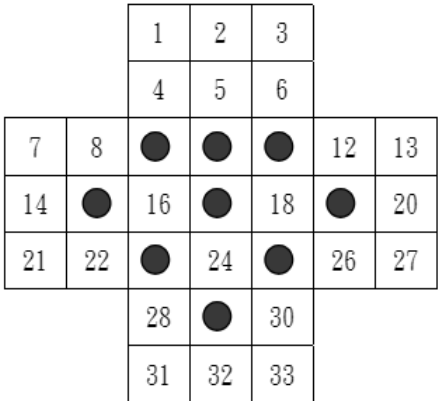
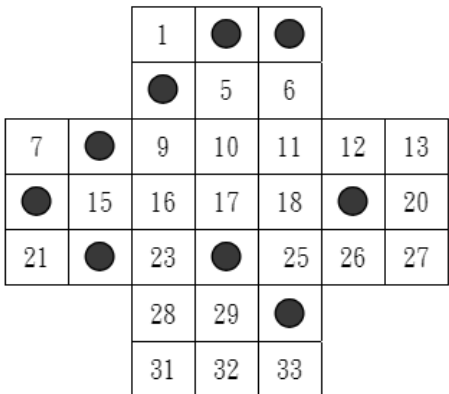
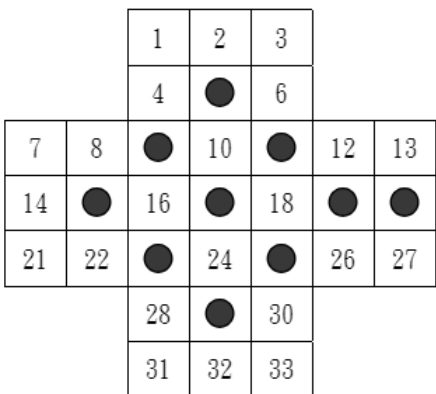
4-1	倒推 四步 (5 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>●</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					●	5	6			7	8	●	10	11	12	13	14	15	16	●	18	19	20	21	22	●	24	25	26	27			●	29	30					31	32	33			4-16，17- 15，28-16， 15-17	可以
		1	2	3																																																	
		●	5	6																																																	
7	8	●	10	11	12	13																																															
14	15	16	●	18	19	20																																															
21	22	●	24	25	26	27																																															
		●	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
4-2	倒推 四步 (5 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			●	2	3					●	●	6			7	8	9	10	11	12	13	14	●	16	17	18	19	20	21	●	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			22-8，1-9， 8-10，5-17	可以
		●	2	3																																																	
		●	●	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
14	●	16	17	18	19	20																																															
21	●	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
4-3	倒推 四步 (5 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	●	10	11	12	13	14	●	16	●	18	19	20	21	●	23	24	25	26	27			28	●	30					31	32	33			22-8-10-24， 29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	●	10	11	12	13																																															
14	●	16	●	18	19	20																																															
21	●	23	24	25	26	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	
4-4	倒推 四步 (5 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	●	20	●	●	23	●	25	26	27			28	29	●					31	32	33			21-23-25， 30-28，19-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
14	15	16	17	18	●	20																																															
●	●	23	●	25	26	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	

5-1	倒推 五步 (6 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>●</td><td>17</td><td>●</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	●	11	12	13	14	●	●	17	●	●	20	21	22	23	●	25	26	27			28	29	30					31	32	33			19-17-29， 15-17，10- 24，29-17	可以， 因為是對稱 圖形，上下 旋轉圖形相 同，左右旋 轉圖形相同
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	●	11	12	13																																															
14	●	●	17	●	●	20																																															
21	22	23	●	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
5-2	倒推 五步 (6 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>●</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>●</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>●</td><td>24</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	●	12	13	14	15	16	●	●	19	20	21	●	●	24	25	●	27			28	29	30					31	32	33			11-25，26- 24，17-29， 22-24，29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	●	12	13																																															
14	15	16	●	●	19	20																																															
21	●	●	24	25	●	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
5-3	倒推 五步 (6 子)	... <table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>●</td><td>24</td><td>●</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table> ...			1	2	3					4	5	6			7	8	9	10	11	12	13	14	15	●	●	●	19	20	21	22	●	24	●	26	27			28	●	30					31	32	33			18-30-28， 17-15，28- 16，15-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	10	11	12	13																																															
14	15	●	●	●	19	20																																															
21	22	●	24	●	26	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	
5-4	倒推 五步 (6 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	●	●	●	●	●	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27			28	29	30					31	32	33			5-17，12- 10，17-5，8- 9，5-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	●	●	●	●	●	13																																															
14	15	16	17	18	19	20																																															
21	22	23	24	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	

5-5	倒推 五步 (6子)		6-18, 17-19, 27-25, 30-18, 19-17	可以
5-6	倒推 五步 (6子)		23-9, 2-10, 9-11, 6-18, 19-17	可以
5-7	倒推 五步 (6子)		23-10-8-22-24, 29-17	可以
5-8	倒推 五步 (6子)		7-21-23-25, 30-18, 19-17	可以

5-9	倒推 五步 (6子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>8</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	●	11	12	13	8	15	16	●	18	19	20	21	22	●	●	●	26	27			28	●	30					31	32	33			24-26，10- 24，23-25， 26-24，29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	●	11	12	13																																															
8	15	16	●	18	19	20																																															
21	22	●	●	●	26	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	
6-1	倒推 六步 (7子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>10</td><td>●</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>8</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	●	●	10	●	●	13	8	15	16	●	18	19	20	21	22	23	●	25	26	27			28	29	30					31	32	33			24-10，5- 17，12-10， 17-5，8-9， 5-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	●	●	10	●	●	13																																															
8	15	16	●	18	19	20																																															
21	22	23	●	25	26	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
6-2	倒推 六步 (7子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>●</td><td>17</td><td>●</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>20</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	9	●	11	12	13	14	15	●	17	●	19	20	21	20	●	●	●	26	27			28	●	30					31	32	33			25-11-9，22- 20，9-21， 20-22，29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	9	●	11	12	13																																															
14	15	●	17	●	19	20																																															
21	20	●	●	●	26	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	
6-3	倒推 六步 (7子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>●</td><td>24</td><td>●</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>●</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	6			7	8	●	10	11	12	13	14	●	16	●	18	19	20	21	22	●	24	●	●	27			28	●	30					31	32	33			26-24-10-8- 22-24，29-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	6																																																	
7	8	●	10	11	12	13																																															
14	●	16	●	18	19	20																																															
21	22	●	24	●	●	27																																															
		28	●	30																																																	
		31	32	33																																																	

6-4	倒推 六步 (7 子)		9-7-21-23- 25, 30-18, 19-17	可以
7-1	倒推 七步 (8 子)		5-17, 8-9, 17-5, 12- 10, 5-17, 16-18, 19-17	可以
7-2	倒推 七步 (8 子)		8-22-24-26- 12-10-24, 29-17	可以
7-3	倒推 七步 (8 子)		12-26-24-10- 8-22-24, 29- 17	可以

7-4	倒推 七步 (8 子)		1-9-7-21-23- 25, 30-18, 19-17	可以
8-1	倒推 八步 (9 子)		10-12-26-24- 22-8-10-24, 29-17	可以
8-2	倒推 八步 (9 子)		3-1-9-7-21- 23-25, 30- 18, 19-17	可以
9-1	倒推 九步 (10 子)		20-18-6-4- 16-18-30-28- 16, 15-17	可以

9-2	倒推 九步 (10 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>●</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	10	●	12	13	●	15	16	17	18	●	20	21	●	23	●	25	26	27			28	29	●					31	32	33			11-3-1-9-7- 21-23-25， 30-18，19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	●	12	13																																															
●	15	16	17	18	●	20																																															
21	●	23	●	25	26	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	
9-3	倒推 九步 (10 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>●</td><td>6</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>12</td><td>13</td></tr><tr><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	●	6			7	8	●	●	●	12	13	14	15	16	●	18	19	20	21	●	●	●	●	●	27			28	29	30					31	32	33			17-29，26- 24，29-17， 22-24，10- 12，24-10， 9-11，12- 10，	可以
		1	2	3																																																	
		4	●	6																																																	
7	8	●	●	●	12	13																																															
14	15	16	●	18	19	20																																															
21	●	●	●	●	●	27																																															
		28	29	30																																																	
		31	32	33																																																	
10-1	倒推 十步 (11 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>20</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	10	11	●	●	●	15	16	17	18	●	20	21	●	23	●	25	26	27			28	29	●					31	32	33			13-11-3-1-9- 7-21-23-25， 30-18，19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	11	●	●																																															
●	15	16	17	18	●	20																																															
21	●	23	●	25	26	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	
11-1	倒推 十一 步 (12 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>26</td><td>●</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	10	11	●	13	●	15	16	17	18	●	●	21	●	23	●	25	26	●			28	29	●					31	32	33			27-13-11-3- 1-9-7-21-23- 25，30-18， 19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	11	●	13																																															
●	15	16	17	18	●	●																																															
21	●	23	●	25	26	●																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	

11-2	倒推 十一 步 (12 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>●</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	●			7	●	●	10	11	●	13	●	●	16	●	18	19	●	21	●	23	24	25	●	27			●	29	●					31	●	33			9-7-21-23- 31-33-25-27- 13-11，6-18- 16，15-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	●																																																	
7	●	●	10	11	●	13																																															
●	●	16	●	18	19	●																																															
21	●	23	24	25	●	27																																															
		●	29	●																																																	
		31	●	33																																																	
12-1	倒推 十二 步 (13 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	10	11	●	13	●	15	16	17	18	●	●	21	●	23	●	●	●	27			28	29	●					31	32	33			25-27-13-11- 3-1-9-7-21- 23-25，30- 18，19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	11	●	13																																															
●	15	16	17	18	●	●																																															
21	●	23	●	●	●	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	
12-2	倒推 十二 步 (13 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>4</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>●</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	2	3					4	5	●			7	●	●	10	11	●	13	●	●	16	●	18	19	●	21	●	23	24	25	●	27			●	29	●					31	●	33			9-7-21-23- 31-33-25-27- 13-11，6-18- 16，15-17	可以
		1	2	3																																																	
		4	5	●																																																	
7	●	●	10	11	●	13																																															
●	●	16	●	18	19	●																																															
21	●	23	24	25	●	27																																															
		●	29	●																																																	
		31	●	33																																																	
13-1	倒推 十三 步 (14 子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>●</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	10	●	●	13	●	15	16	17	●	●	●	21	●	23	●	25	●	27			28	29	●					31	32	33			11-3-1-9-7- 21 -23-25- 27-13 -11- 25, 30-18, 19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	●	●	13																																															
●	15	16	17	●	●	●																																															
21	●	23	●	25	●	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	

13-2	倒推十三步 (14子)	<table><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>●</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			●	2	3					●	5	●			7	●	9	10	11	●	13	●	●	16	●	18	19	●	21	●	23	24	25	●	27			●	29	●					31	●	33			1-9-7-21-23-31-33-25-27-13-11, 6-18-16, 15-17	可以
		●	2	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	11	●	13																																															
●	●	16	●	18	19	●																																															
21	●	23	24	25	●	27																																															
		●	29	●																																																	
		31	●	33																																																	
14-1	倒推十四步 (15子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>●</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	●	●	11	●	13	●	15	16	17	●	●	●	21	●	23	●	25	●	27			28	29	●					31	32	33			9-11-25-27-13-11-13-1-9-7-21-23-25, 30-18, 19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	●	●	11	●	13																																															
●	15	16	17	●	●	●																																															
21	●	23	●	25	●	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	
14-2	倒推十四步 (15子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>●</td><td>16</td><td>●</td><td>18</td><td>19</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>●</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	●					●	5	●			7	●	9	10	11	●	13	●	●	16	●	18	19	●	21	●	23	24	25	●	27			●	29	●					31	●	33			3-1-9-7-21-23-31-33-25-27-13-11, 6-18-16, 15-17	可以
		1	●	●																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	10	11	●	13																																															
●	●	16	●	18	19	●																																															
21	●	23	24	25	●	27																																															
		●	29	●																																																	
		31	●	33																																																	
15-1	倒推十五步 (16子)	<table><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>●</td><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>●</td><td>5</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>●</td><td>9</td><td>●</td><td>11</td><td>●</td><td>13</td></tr><tr><td>●</td><td>15</td><td>●</td><td>17</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td></tr><tr><td>21</td><td>●</td><td>●</td><td>●</td><td>25</td><td>●</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td><td>●</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td></tr></table>			1	●	3					●	5	●			7	●	9	●	11	●	13	●	15	●	17	●	●	●	21	●	●	●	25	●	27			28	29	●					31	32	33			23-9-11-25-27-13-11-3-1-9-7-21-23-25, 30-18, 19-17	可以
		1	●	3																																																	
		●	5	●																																																	
7	●	9	●	11	●	13																																															
●	15	●	17	●	●	●																																															
21	●	●	●	25	●	27																																															
		28	29	●																																																	
		31	32	33																																																	

16-1	倒推十六步 (17子)		31-23-9-11- 13-27-25-11- 3-1-9-7-21- 23-25, 30- 18, 19-17	可以
17-1	倒推十七步 (18子)		33-31-23-9- 11-25-27-13- 11-3-1-9-7- 21-23-25, 30-18, 19-17	可以

3. 連方圖形探討：因為在倒推法的過程中，我們發現棋盤是 4 個六連方和 3 個三連方組合而成，思考如果可以一一破解連方圖形，是否就能破解孔明棋，於是開始探討。我們決定從最少的二連方塊，探討到七連方塊，因為考量孔明棋盤不論是一行或一列最多都是七個方格。

編號	名稱	棋盤排法	解法	四方向 旋轉	位移四邊
2-1	二連方		5-17	可以	可以

4-1	四連方 O 型		13-11 20-18 11-25	可以	可以
4-2	四連方 L 型		11-25 16-18 25-11	可以	可以
5-1	五連方 N 型		18-30 27-25 30-18 17-19	可以	往左要上 移一格， 往上往下 都不行， 鏡射可以
5-2	五連方 P 型		10-24-22 9-23 22-24	可以	可以
5-3	五連方 T 型		18-20(16) 30-18 17-19 20(16)-18	可以	上和左、 右、下可 行，且往 左、右要 上移一格

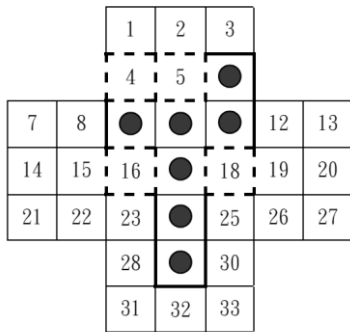
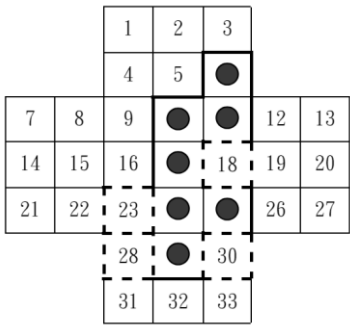
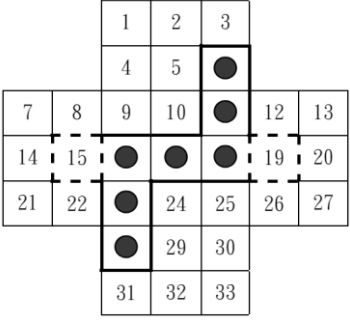
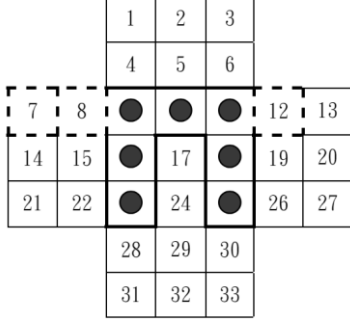
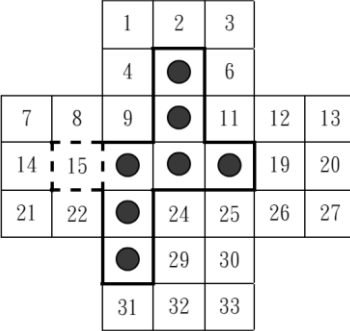
5-4	五連方 V 型		24-22 9-16 22-24 25-23	可以	只有上和 右可行
6-1	六連方 矮 Y 型		18-16 29-17 16-18 19-17 10-24	可以	只有右、 下可行， 鏡射可行
6-2	六連方 反上 F 型		9-11 24-10 11-9 6-4 9-1	可以	只有下可 以
6-3	六連方 短 T 型		24-10 19-17 10-24 19-17 24-10	可以	上下不可 以，橫軸 鏡射可行
6-4	六連方 正十字 型		17-19(15) 29-17 16-18(18-16) 19-17(15-17) 10-24	可以	只有下可 以

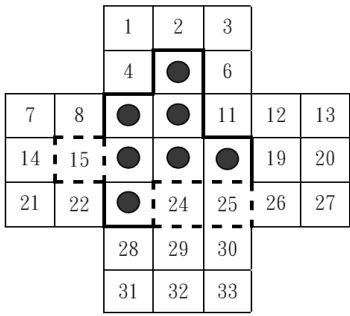
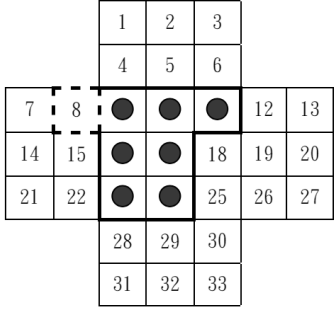
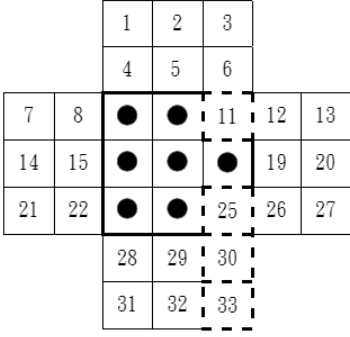
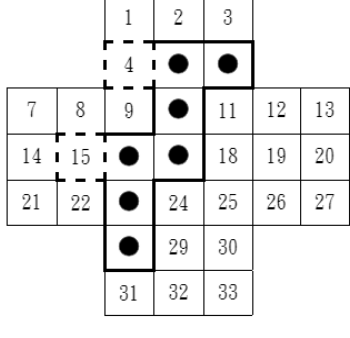
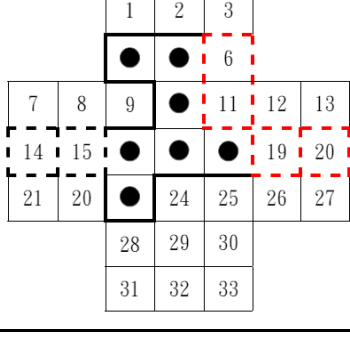
6-5	六連方 匚型		(1)24-22, 9-23, 22-24, 5-17, 24-10 (2)5-17-15, 24-22-8-10	可以	只有上下 可以
7-1	七連方 反1型 (3)		(1)11-9, 24-10, 32-24, 5-17, 24-10, 9-11 (2)11-9, 5-17, 32-24, 24-10, 9-11	可以	只有上和 下可以
7-2	七連方 Y型 (6)		(1)9-1, 11-9, 16-24, 1-9, 28-16, 9-23 (2)9-1, 11-9, 16-4, 1-9, 28-16-4	可以	只有右、 下可以
7-3	七連方 P型 (8)		(1)5-17-15, 4-16, 15-17, 28-16, 17-15 (2)5-17-15, 28-16, 15-17, 4-16-18	可以	只有上和 下可以
7-4	七連方 倒樓梯 型 (16)		9-1 6-4 1-9 10-8 23-9 8-10	可以	只有下和 右可以

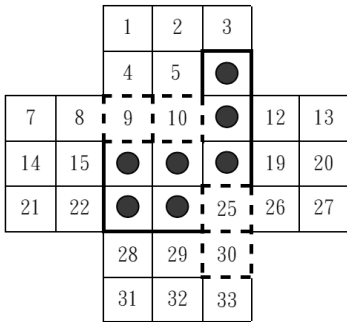
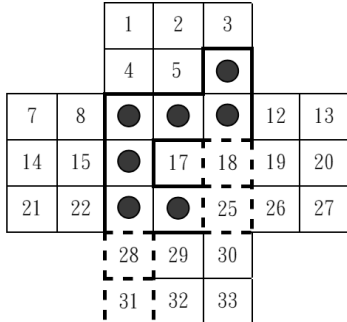
7-5	七連方 F 型 (17)		(1)24-22, 9-23, 11-9, 28-16, 9-23-21 (2)24-22, 9-23, 11-9, 28-16, 9-23, 22-24	可以	只有上和 右可以
7-6	七連方 (18)		30-28, 17- 5, 12-10, 5-17- 29. 28-30	可以	只有和下 可以
7-7	七連方 短 P 型 (22)		(1)23-25, 10-24, 9-23, 28-16, 25-23, 16-28 (2)23-25, 10-24, 9-23, 28-16, 25-23- 29	可以	只有上和 下可以
7-8	七連方 倒ㄣ型 (30)		10-12 3-11 24-10 5-7 12-10 17-5	可以	只有上和 下可以
7-9	七連方 (41)		(1)16-4, 11- 9, 4-16, 15-17, 28-16-18 (2)16-4, 11- 9, 28-16, 15- 17, 4-16-18	可以	只有上、 左不行

7-10	七連方 歪十字 型 (42)		(1)16-18, 29-17, 11-9, 18-16, 16-4-6, (2)11-9, 16-18, 16-4-6	可以	只有上和 下可以
7-11	七連方 (43)		15-17 4-16 6-4 23-9 4-16-18 (4-16, 17-15)	可以	往右要下 移一格， 往下不 行，鏡射 可以
7-12	七連方 (44)		(1)22-24, 9-1, 6-4, 1-9-23-25 (9-23, 24-22) (2)9-1, 6-4, 1-9, 22-24, 9-23, 24-22	可以	只有上可 以
7-13	七連方 (47)		18-16 29-17 16-18 19-17 10-24, 23-25 (10-24-22)	可以	只有右和 下可以
7-14	七連方 槌子型 (49)		(1)10-2, 24-10, 11-9-1-3-11-9 (2)11-9-1, 6-4, 1-9, 24-10-8 (24-10, 9-11)	可以	只有下可 行

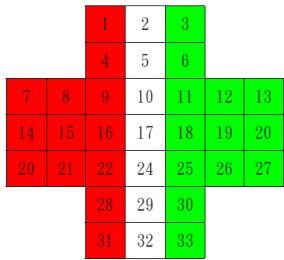
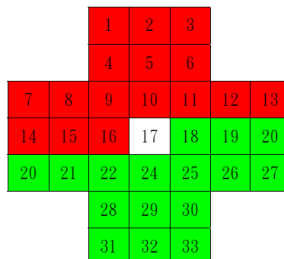
7-15	七連方 (51)		23-25 10-24-26 11-25 26-24 29-17	可以	只有上可以
7-16	七連方 (52)		(1)11-9, 24-10, 9-11, 11-25, 28-30, 30-18 (2)18-16, 11-9-23, 23-25, 28-30-18 (28-30, 25-33)	可以	只有上和 下可以
7-17	七連方 (54)		(1)10-2, 18- 6, 24-10, 9-11-3-1 (2)18-6, 9- 11, 24-10, 11- 9, 6-4-16	可以	只有下可以
7-18	七連方 (56)		(1)16-18, 29- 17, 17-19, 10- 12-26-24 (2)16-18, 29- 17, 10-24, 24- 26, 11-25-27	可以	只有上可以
7-19	七連方 (58)		(1)25-23, 10- 24, 29-17, 28-16-18-6 (2)5-23, 10- 24, 29-17, 28-16-18, 11- 25	可以	只有下可以

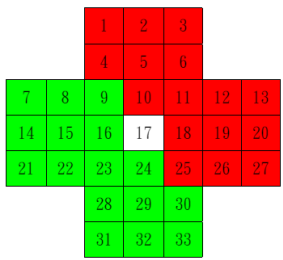
7-20	七連方 (61)		6-18-16, 29- 17, 17-5, 16- 4-6	可以	只有上和 下可以
7-21	七連方 (62)		6-18, 25-23, 10-24, 23- 25, 18-30-28	可以	只有上和 下可以
7-22	七連方 (67)		17-19, 6-18, 19-17-15, 28- 16, 15-17	可以	只有上和 下可以
7-23	七連方 (69)		10-12, 25- 11, 12-10-8, 23-9-7	可以	只有下可 以
7-24	七連方 (71)		17-15, 28- 16, 15-17, 18- 16, 5-17-15	可以	只有上和 下可以， 往右要下 一格，鏡 射可以

7-25	七連方 (74)		9-11, 23-9, 18-16-4-6-18	可以	只有上可以
7-26	七連方 (75)		10-8, 23-9, 8-10, 11-9, 24-10, 9-11	可以	只有右和下可以
7-27	七連方 (76)		9-11-25, 16- 18-30, 23-25- 33	可以	只有上和左可以
7-28	七連方 (80)		6-4, 17-15, 28-16, 15-17- 5, 4-6	可以	只有上下可以；往右要下移一格，鏡射可以
7-29	七連方 (87)		(1)23-9, 18- 16, 5-17-15, 4-16-14 (2)23-9-11, 4-6, 17-19, 16-18-20	可以	解法一和 解法二都 只有上可以

7-35	七連方 (101)		(1)11-25, 24-10, 23-9-11, 6-18-30 (2)11-25, 24-10, 23-9-11, 6-18, 25-11	可以	只有上和左可以
7-36	七連方 (104)		6-18, 9-11-25, 16-28-25-23-31	可以	只有上可以

4. 對稱法探討：在探討的過程中，我們發現棋盤是對稱圖形，於是我們思考是否可以先解出一半，另一邊再比照著完成。

編號	對稱	棋盤分配	解法	困難
1	左右		19-17, 6-18, 17-19, 13-11, 20-18-6, 3-11, 30-18, 27-25, 18-30, 33-25, 15-17, 4-16, 17-15, 7-9, 14-16-4, 1-9, 28-16, 21-23, 16-28, 31-23, (24-26, 32-24, 23-25, 26-24,)(10-12, 2-10, 9-11, 12-10)(T)	剩下 2 子
2	上下		下：29-17, 22-24, 31-23, 24-22, 21-23, 26-24, 33-25, 17-29, 32-24, 24-26, 27-25, 25-11, 20-18, 11-25 上：5-17, 12-10, 3-11, 10-12, 13-11, 8-10, 1-9, 17-5, 2-10, 10-8, 7-9, 9-23, 14-16, 23-9	剩下 4 子

3	斜角		19-17, 6-18, 13-11, 4-6, 17-5, 27-13, 2-10-12, 25-11, 12-10, 3-11, 10-12, 13-11, 8-10, 11-9, 16-4, 1-9, 23-25, 26-24, 31-23, 14-16, 14-28, 21-23, 28-16, 9-23-25, 32-24-26, 33-25, 26-24	剩下 2 子
---	----	---	---	-----------

五、研究結果與討論

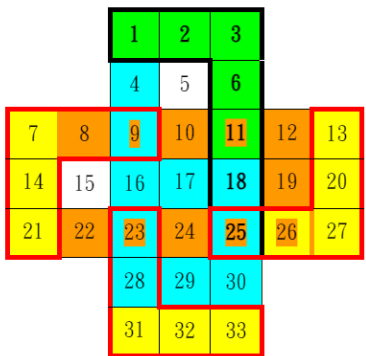
1. 倒推法的觀察與發現：

(1)我們發現直線倒推的狀況是：1 子要用掉三格、2 子要用掉四格、3 子要用掉七格；繞圈倒推的狀況是：4 子要八格；換位倒推的跳法是：2 子要使用四格，綜合這三種方法，比較節省格子的方法是繞圈倒推和換位倒推，但統計起來，所需格子數大都是棋子的兩倍，所以我們判定「倒推十七步 18 子」已經是倒推法的推論極限，不太會有「倒推十八步 19 子」的狀況出現，所以無法單純以倒推法推論到原始棋盤。

(2)經過統計，倒推共有 47 個圖，第 17 格有子的有 21 個圖，第 17 格無子的有 26 個圖，前者表示必須經過一番操作後，才可以採用倒推方法；後者代表和孔明棋的原始棋盤一樣，可以直接倒推使用。

(3)解題發現：一顆棋繞一圈，最後換 1、2 次是最常使用的方法；有一些圖形步驟 1 可變換；還發現步驟 2 和步驟 3 有些是可以改方向的；有些步驟 1 和步驟 2 或 3 可以交換。

(4)我們尋找到一個運用倒推法的範例如下：

	17-5, 2-10, 12-10, 3-11, 18-6, 30-18, 27-25, 24-26, (13-27-25), 8-10, 9-11, 7-9, 22-24-26-12-10-8, (1-3-11-25), 31-23, 16-28, (33-31-23), (21-7-9), 4-16-28-30-18-16, 15-17。
---	--

2. 連方法的觀察與發現：

(1)統計圖表:整理連方圖形與可破解的連方圖形(剩 1 子)數量如下。

連方名稱 工作狀況	2 連方	3 連方	4 連方	5 連方	6 連方	7 連方	全部
圖形數量(個)	1	2	5	12	35	108	163
破解數量(個)	1	0	2	4	5	37	49
破解百分率	100%	0%	40%	33%	14%	34%	30%

破解率最高的是二連方和四連方，二連方為基本玩法，所以四連方是最好利用的；三連方的破解率是 0，表示剩下三子是不可能破解的，要避免剩下三子；六連方的破解率倒數第二低，所以要減少以六連方的圖形組合。

(2)統計圖表:整理連方圖形向四邊位移後可破解(剩 1 子)的數量如下。

四方向位移	上	下	左	右
圖形數量(個)	49	49	49	49
破解數量(個)	32	33	13	18
破解百分率	65%	67%	27%	38%

往下位移破解的百分比最高，表示下方圖形較容易破解；往左位移破解的百分比最低，表示左方圖形最不容易破解。

(3)雖然我們破解了這麼多連方圖形，但運用於破解孔明棋原始棋盤並沒有想像中的好用，因為很多連方圖形的破解需要一些輔助格，可是原始棋盤是滿格的，所以會卡在一起，無法破解；但是運用連方解法於一些 App 關卡遊戲是非常好用的，因為 App 關卡遊戲是部分棋子(4~31 顆棋)不等，適合拆解成不同的連方組合，有助於破解 App 關卡。

(4)連方解法，我們發現一個範例，分成七個連方，依序破解如下：

因為棋子數量很少，經過探討，解連方的方法就是用很多種連方組合一起並一組一組解，但是解的時候必須把剩棋子聚在一起，而且要把它組成能破解的圖形，其實是不容易的，最後的對稱，乍看一下只解一半，難度大大降低，但還是會卡在一起，仍然有其難度。用對稱法探討過程中，比較麻煩的是解第一部分只能用一半的格子，所以綁手綁腳很不好移動，想到的解決方式是將留下未解的棋子和另一半併用解決。

4. 研究結果：我們在討論研究結果時，必須把所有資料統整在一起，細心的觀察與比較，找出了一些相同或不同的地方，歸納出一些重點結論，在討論的過程中，因為我們都想不到，所以老師一直提示我們，我們絞盡腦汁才想出來。

5. 撰寫報告：在撰寫報告的過程中，其中比較麻煩的是畫圖，因為畫完一個圖，又要刪除等操作才能畫下一個，而且三個人同時打報告，畫面會跳來跳去，我們有時候必需輪流或是耐心等待一下。

七、參考資料(未附者不予審查)

1. 中華民國第 56 屆中小學科展作品 - 三角獨子棋
2. 新北市 104 學年度中小學科學展覽會 - 跳子的矩形與立體孔明棋
3. 維基百科 孔明棋 <https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%AD%A3%E6%98%8E%E6%A3%8B>