

彰化縣 113 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選
作品說明書（封面）

作品編號：

組別：

☒ 國小組

☒ 數學類

☐ 自然、科技類

☐ 國中組

☐ 人文社會類

作品名稱：「珠」算大師：瘋狂科學家的管中實驗大解密



彰化縣 113 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

作品說明書

第一階段 研究訓練階段（由教師撰寫，不含於 30 頁中）

壹、近二年學校獨立研究課程之規劃

學期 \ 年級	五年級	六年級
上學期	校隊培訓	獨立研究
下學期	獨立研究	獨立研究

一、五年級

- (一) 延續四年級參加的科展團隊，學習科學實驗方法、培養基本研究能力。
- (二) 參加國語文培訓，學習文本資料歸納分析，及清晰的口語表達能力。
- (三) 參考歷年獨立研究得獎作品並進行討論。
- (四) 尋找適合且有興趣的主題擬訂計畫。

二、六年級

- (一) 針對主題擷取重點，並組織內容以清楚呈現。
- (二) 研究資料整理能力，將研究數據條理性歸納呈現。
- (三) 進行實作及分析，並調整研究方向。
- (四) 撰寫報告及檢討反思。

貳、學校如何提供該生獨立研究訓練

- 一、提供多元的校隊培訓機會，培養實作能力、口說能力、合作討論及組織能力。
- 二、依學習階段規劃獨立研究相關的基本能力課程，並引導學生依照其興趣尋找適合做為獨立研究的主題。
- 三、隨時討論及溝通，引導學生思辨及驗證，以期研究能獲得更佳的呈現。
- 四、建立壓力調適做法，建立正確調適及具備挫折容忍能力。
- 五、提供獨立研究相關訊息。

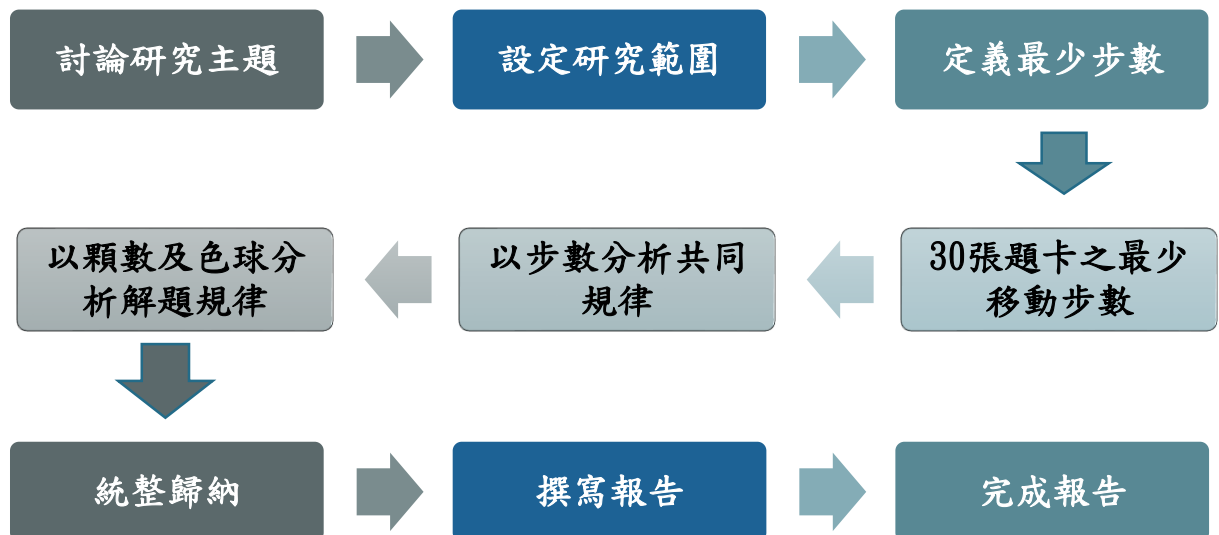
第二階段 獨立研究階段

壹. 研究動機

我們本來就對數學很有興趣，和同學進行桌遊「瘋狂科學家」挑戰，發現有些人的完成速度總是特別快，訪問他們解題的思考脈絡，發現邏輯推理對於解題很重要，所以決定一起集思廣益，歸納解題的規律，統整出能夠快速解題的要訣。

貳. 擬定正式計畫、研究問題與工作進度表

一、研究計畫



二、研究問題

1. 分析影響「瘋狂科學家」勝負的因素
2. 探究「瘋狂科學家」色球移動的規律
3. 歸納「瘋狂科學家」速解的要訣

三、工作進度表

進度 \ 月份	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
討論選擇主題	◎						
擬定研究範圍		‘◎					
操作實驗		◎	◎	◎			
分析解題規律				◎	◎		
歸納整理					◎	◎	
撰寫報告						◎	◎

參.彙整相關文獻

一、研究範圍

「瘋狂科學家」是一套知名桌遊，玩家抽到圖卡後，根據圖卡試管內彩色珠子的排列，挑戰最快更動完成的方式。市面上有許多使用類似規則的電腦或手機小遊戲，感覺很有趣，且很有挑戰性。

瘋狂科學家桌遊內容：桌遊卡 54 張、透明試管 12(每個玩家 3 個)、紫、紅、綠球各 8 顆(每個玩家每色各 2 個)



剛開始我們依桌遊遊戲規則，從初始試管依抽到的牌卡轉移珠子，最後選擇 30 張卡牌，隨機抽兩張來轉移珠子，並嘗試最少步數來做詳細的解題分析與研究。

二、規則整理

1. 一個試管最多只能放進 4 顆珠子，超過只能放置於其他試管。
2. 每次只能移動一個珠子或試管，移動一次記一步。
3. 選擇 30 張圖卡進行操作實驗。
4. 自製記錄表格，將操作後的結果記錄在相對應的格子。
5. 為確認正確率，操作結果為相同步數且達三次以上，才能記錄。
6. 每個操作結果都需由另一人做驗證。

肆. 資料分析

一、圖卡資料分析

為了方便討論，我們先依試管內彩色珠子的數量組合方式，不考慮試管順序，將圖卡以英文字母編碼，並整理圖卡編號如下(紅色編號為本次實驗圖卡)：

編碼	圖卡珠數	圖卡號碼
A	0-2-4	3.9.15.16.20.22.24.25.28.33
B	0-3-3	6.21.23.30.31.39.41.43.48.51
C	2-2-2	5.10.12.32.34.35.42.44.45.46.
D	1-2-3	1.2.7.8.13.14.17.18.19.26.29.37.38.47.49.50.53.54
E	1-1-4	4.11.27.36.40.52

二、策略分析

1. 原本規則是以「最快完成」為勝，但為排除個人手速造成的影響，我們改以移動步數作為評斷標準。
2. 換管：當其中一管越過另外兩管呈現與題卡相同圖案時，步數需+2。若越過其中一管或兩管互換時呈現與題卡相同圖案時則記為+1。
3. 兩組顏色相反時適用之攻略：將其中一組相反的倒入正確

的試管中，接著將另一組相反的倒到空的試管中，若是四顆的部分要先倒到有球的試管中讓顏色調整過來，再倒進空試管中，接著只需要傾倒四次試管，就能有效減少倒球時容易發生的失誤。

4. 三組顏色相反時適用之攻略：先將其中一組倒到另外一組之上，再將沒動到的那一組倒進空的試管中；接著再將第一次移動的兩顆倒進空的試管，接著要調整剩下相反的那一組，方法與第二項討論一樣。
5. 同樣兩張卡片，無論順向變化或是逆向變化，步數都相同。也就是從第一張圖卡轉變成第二張圖卡的步數，會跟第二張圖卡轉變成第一張的步數相同。

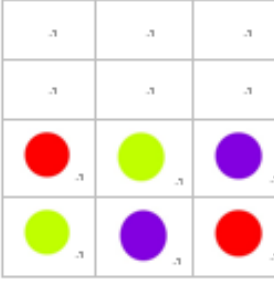
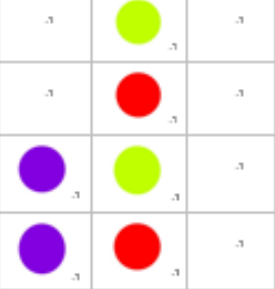
三、操作過程

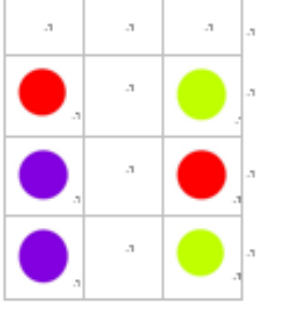
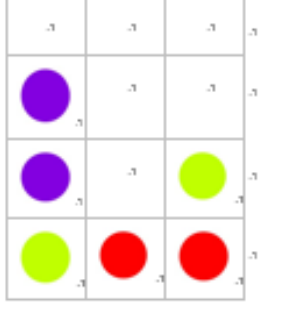
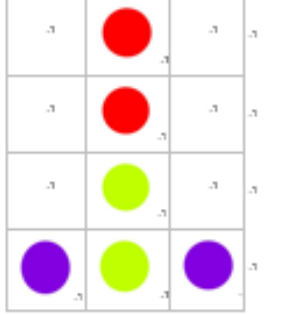
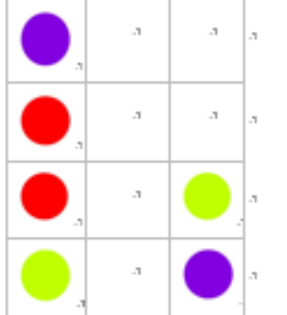
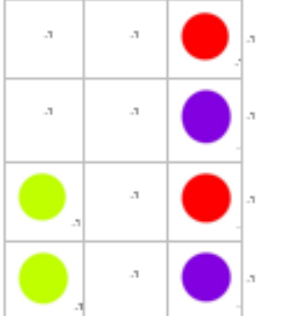
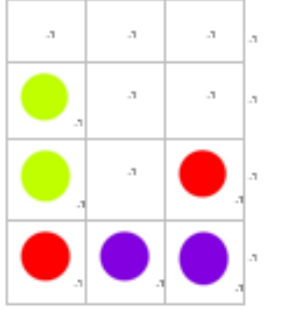
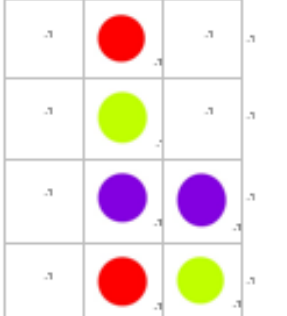
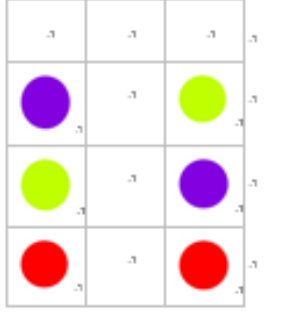
1. 因全部圖卡共計 54 張，抽兩張卡進行挑戰時，即使不記入順向或逆向操作的變化，統計總共有 1431 種變化($54 \times 53 \div 2 = 1431$)，將排組變化背下來是不符實際的情況。原先規劃將所有變化操作並記錄，再找出規律，但資訊量過於龐大，且過程中常因錯誤及疲乏造成失誤，於是我們改從其中 30 張找尋解題規律，這樣變化狀況會達到 435 種，約為原本組數的三分之一，能簡化操作步驟並得到更有效的資料。

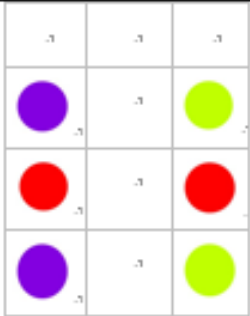
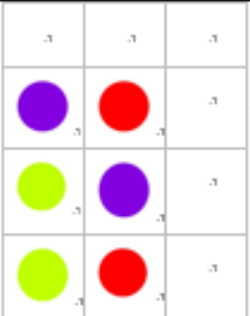
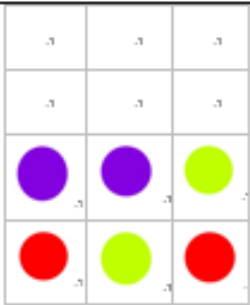
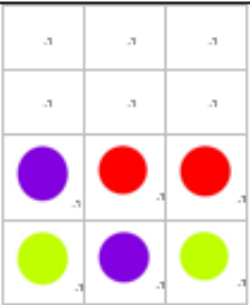
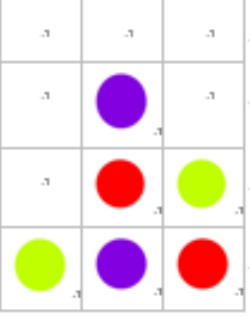
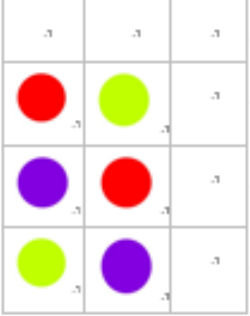
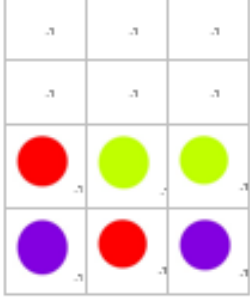
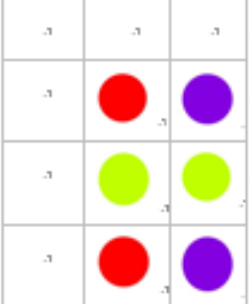
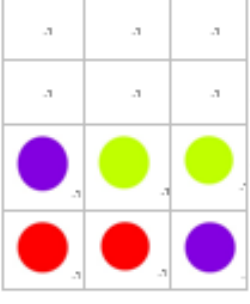
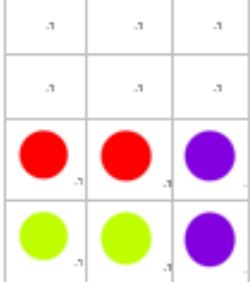
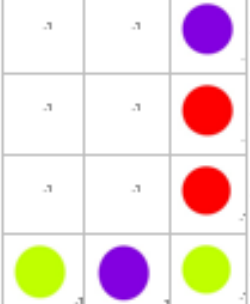
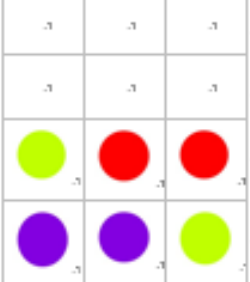
2. 全部牌卡如下：



圖卡編號及彩色珠子排列如下：

編號	圖案	編號	圖案	編號	圖案
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

編號	圖案	編號	圖案	編號	圖案
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

編號	圖案	編號	圖案	編號	圖案
31		36		41	
32		37		42	
33		38		43	
34		39		44	
35		40		45	

編號	圖案	編號	圖案	編號	圖案
46		51			
47		52			
48		53			
49		54			
50					

3. 若操作結果步數因換管次數造成記錄方式不同，則以較少換管次數作為最後記錄。例如：操作三次以上，得到的步數有 7+1 和 8，則記錄為 8；若得到的步數有 7+1 和 6+2，則記錄為 7+1。
4. 倘若同一人操作出現三種以上不同結果，則以可實現的最少步數為目標，成功獲得最少步數後，再交由第二人進行驗證，確認無誤才可以記錄。
5. 若不同人操作一直出現不同結果，則使用錄影設備將操作過程錄下，觀看影片並討論後再重新操作，直到獲得相同結果才能記錄下來，避免失誤的機率。

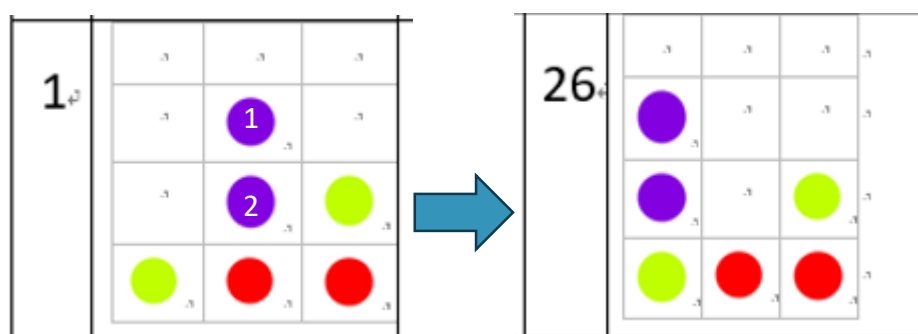
伍. 研究結果與討論

一、抽出圖卡後，先觀察是否有能先移動的珠子：

1. 兩張圖卡試管最底下一顆珠子顏色是否相同

(1) 三根試管最底下的一顆珠子顏色完全相同，且試管順序相同時，盡量讓珠子維持不變。

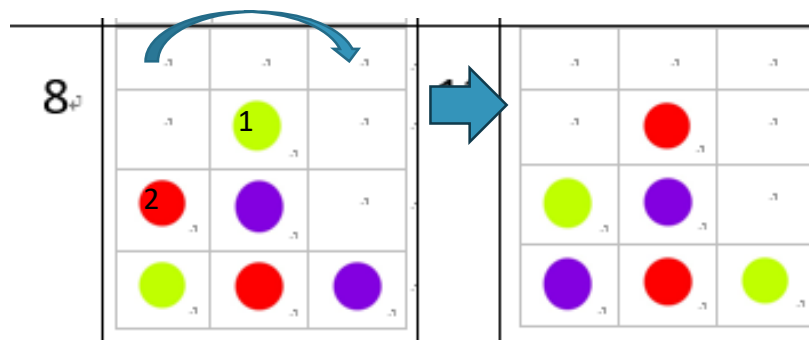
以同為編碼為 D(1-2-3)的圖卡 1 和 26 為例，三隻試管最底的珠子由左至右都是綠、紅、紅的組合，移動中間的兩顆紫珠到左邊，共移動 2 步即完成。



(2) 即使試管順序不同，最後也能以交換試管作結束。

以同為編碼為 D(1-2-3)的圖卡 8 和 13 為例，三隻試管最底的珠子都是綠、紅、紫的組合，但試管順序不同。先移動中間的綠珠到右邊，再把左邊的紅珠移到中間，共移動 2 步，

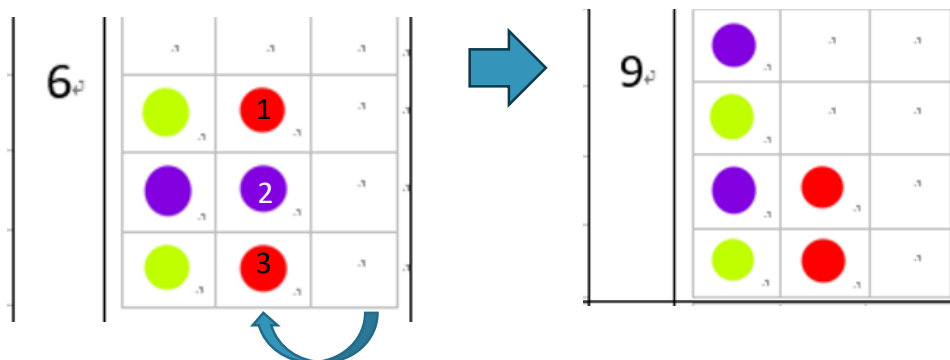
最後左右兩隻試管交換位置，記為+1，得到最後步數為2+1。



2. 是否有一個空試管

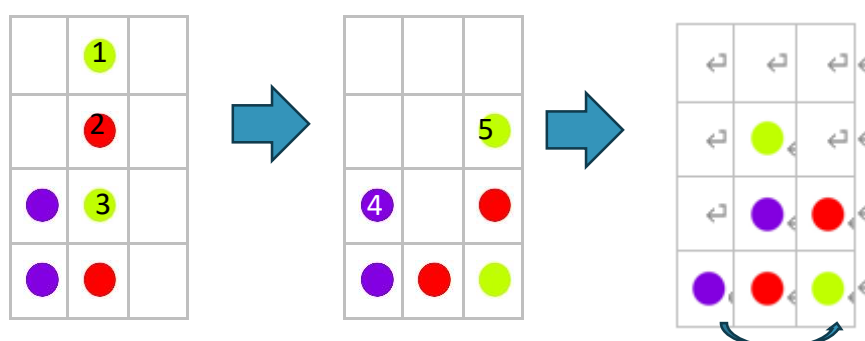
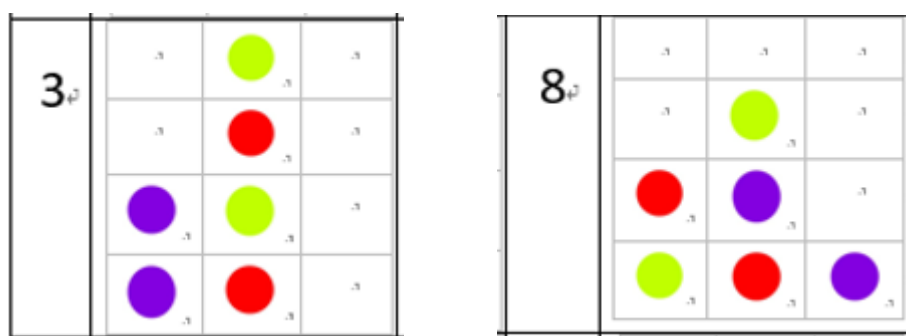
(1) 兩張圖卡各有一個空試管時，方便暫放珠子。

以編碼為 B(0-3-3) 的圖卡 6 移動到編碼 A(0-2-4) 的圖卡 9 為例，左邊和中間試管最底的珠子都是綠色和紅色。第 1 步移動中間的紅珠到右邊，再把中間的紫珠移到左邊，紅珠移到右邊共移動 3 步，最後中間和右邊兩隻試管交換位置，記為 +1，得到最後步數為 3+1。



(2) 一張圖卡有空試管，另一張沒有空試管的情況下，除了考慮暫放珠子，若有可以先移動一顆珠子完成原本空試管最底下的珠子時，應該優先考慮。

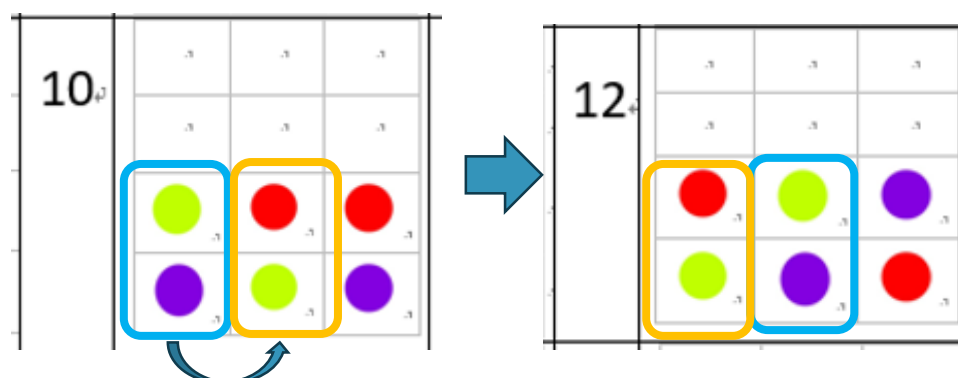
以編碼為 A(0-2-4) 的圖卡 3 移動到編碼 D(1-2-3) 的圖卡 8 為例，圖卡 8 試管最底的珠子分別是綠、紅和紫。先依序移動中間的綠珠、紅珠和綠珠到右邊，共計 3 步，再把左邊的紫珠和右邊的綠珠移到中間，總共移動 5 步，最後中間和右邊兩隻試管交換位置，記為 +1，得到最後步數為 5+1。



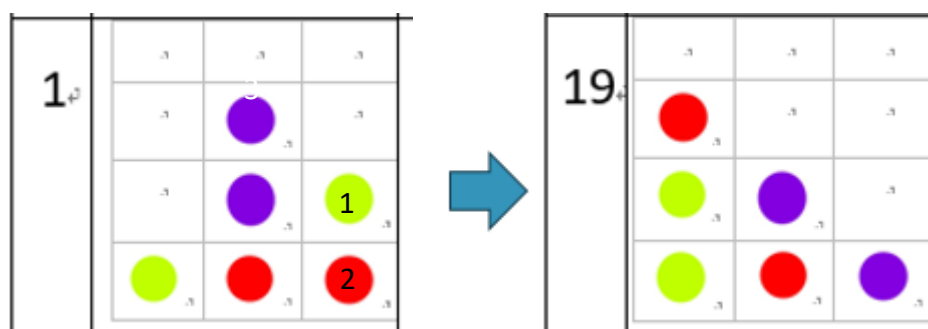
3. 兩張圖卡是否有珠子排列相同的試管

兩張圖卡有一根或兩根試管的珠子排列相同，可將該試管的空間做為暫放珠子的位置，但若排列相同的試管珠子已滿(即 4 顆排列完全相同)，該試管只能維持原樣到最後。

以編碼同樣為 C(2-2-2)的圖卡 10 移動到圖卡 12 為例，有兩根試管珠子的排列相同，且都有空間可以暫放珠子，因此將最右邊的紫珠和紅珠分別放在左邊和中間，再將依序將紅珠和紫珠放回右邊試管，完成順序交換，共需 4 步。最後中間和左邊兩隻試管交換位置，記為+1，得到最後步數為 4+1。

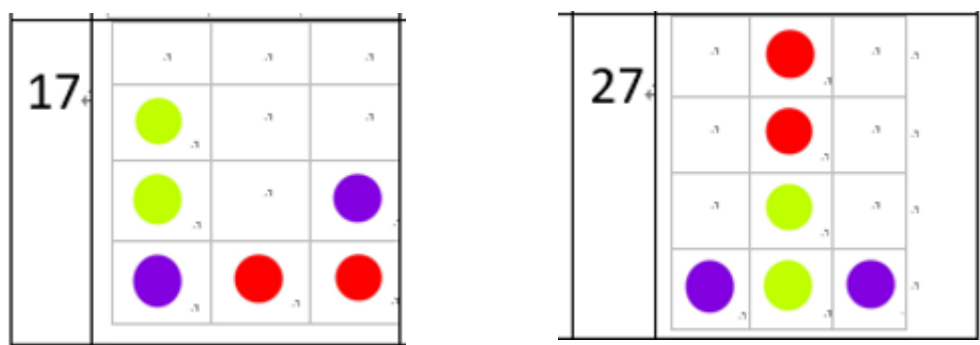


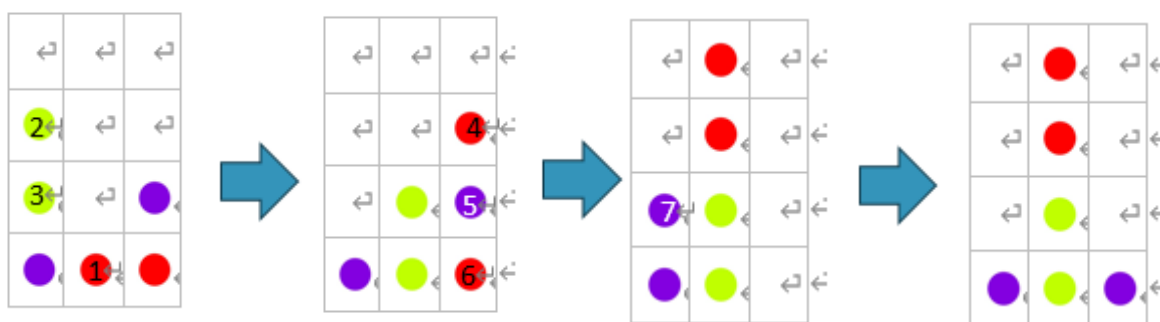
4. 兩張圖卡是否有珠子排列方式相反的試管且能直接移動
 (1) 珠子排列的方式剛好可逆向接到原本試管最底下的珠子
 以編碼同樣為 D(1-2-3) 的圖卡 1 移動到圖卡 19 為例，圖卡 1
 右邊的試管珠子的排列剛好可以依序將綠珠和紅珠移到最左
 邊的試管，共計 2 步，最後將中間的紫珠移到已經空了的右
 邊試管即完成，共需 3 步。



(2) 試管中最上面的一顆珠子是另一張圖卡試管最底下一顆珠子。
 顏色即使不相同，若最上面的珠子和第二張圖卡不同位置
 試管最底下的珠子一樣相同，移動時盡量維持在上面，等
 騰出空試管時，就有機會移過去當最底下的珠子。

以編碼為 D(1-2-3) 的圖卡 17 移動到編碼為 E(1-1-4) 的圖卡
 27 為例，先移動圖卡 17 中間試管的紅珠到右邊試管，讓中
 間試管變空，再將左邊的試管中的 2 顆綠珠移到中間，共計
 3 步，再將右邊試管的紅珠移到中間、紫珠移到左邊、最底
 的紅珠移到中間，中間試管即完成，共計 6 步。最後將左邊
 的子珠移回右邊的空試管完成挑戰，共需 7 步。

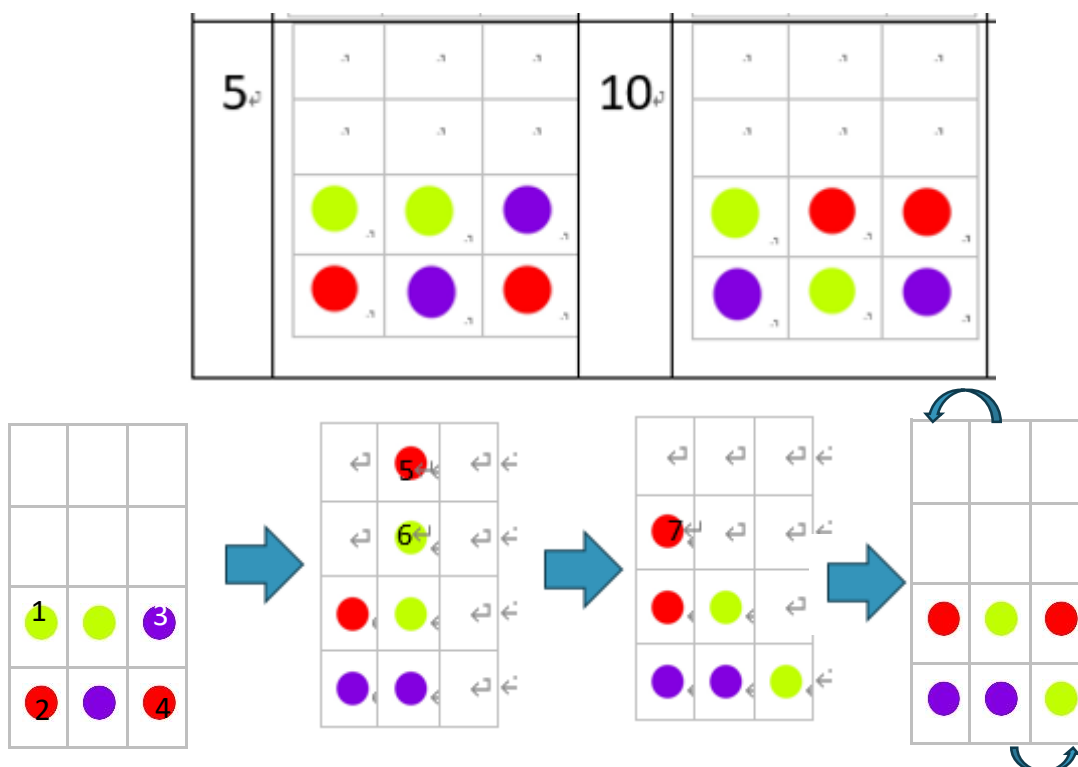




二、出現以下狀況步數可能較多

1. 兩張圖卡有兩根以上的試管珠子排列方式相反

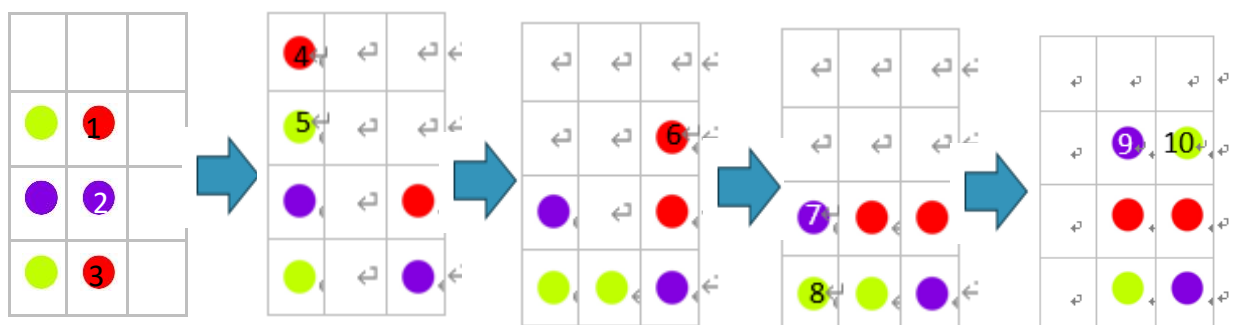
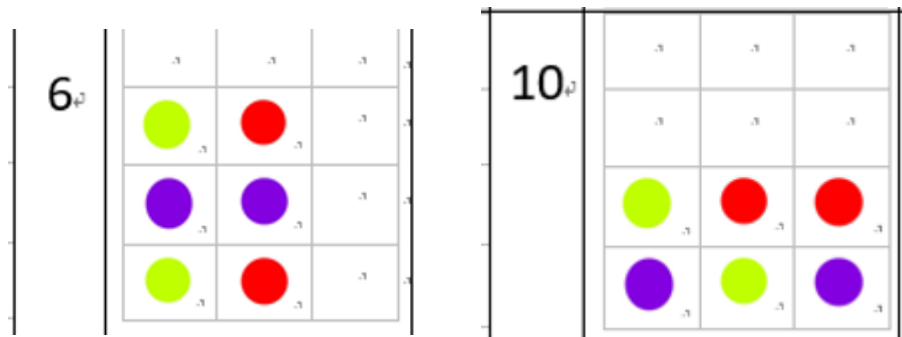
以編碼同樣為 C(2-2-2) 的圖卡 5 移動到圖卡 10 為例，有兩根試管珠子的排列完全相反，因有一根試管排列方式相同，可做為暫放珠子的試管，先將左邊的綠珠和紅珠依序移動到中間，空出左邊的試管，共計 2 步，再將右邊試管中的紅珠和紫珠依序倒入左邊的試管完成逆序，共計 4 步。再將依序將中間的紅珠和綠珠放在左邊和右邊試管，接著把暫放左邊的紅珠移回右邊完成順序交換，再加 3 步共需計 7 步。最後三根試管交換位置，記為+2，得到最後步數為 7+2。



2. 有兩根以上試管最底下的珠子不同，且任一根試管的第一顆珠子無法移動成為第二張圖卡最底下的珠子。

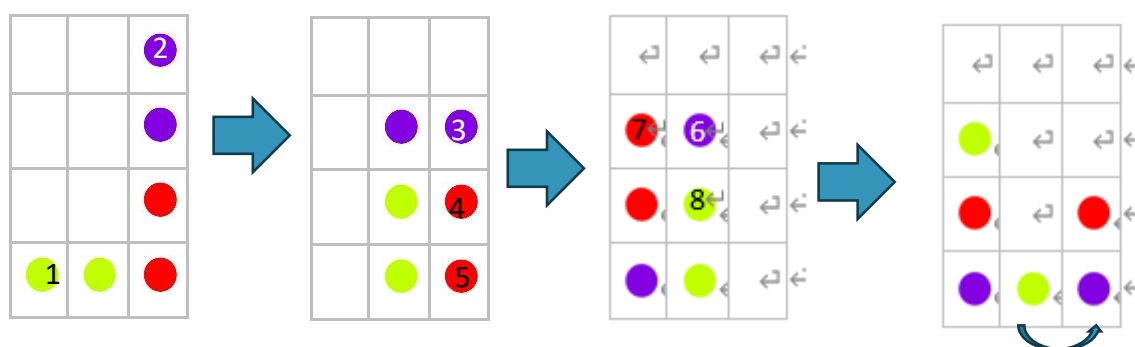
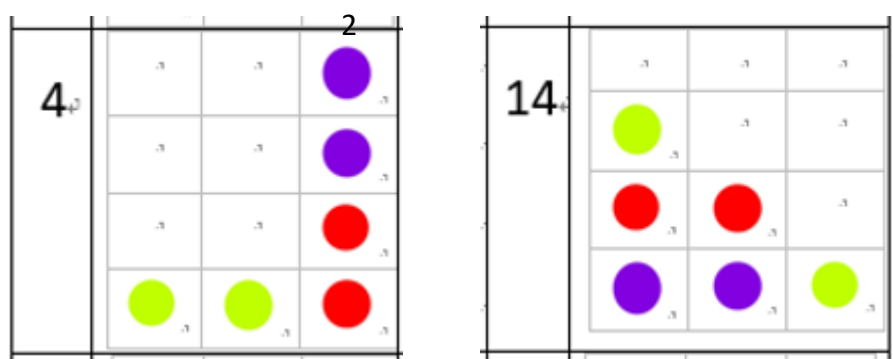
(1) 有一個空試管

以編碼為 B(0-3-3) 的圖卡 6 移動到編碼為 C(2-2-2) 的圖卡 10 為例，雖然圖卡 6 有一根空試管，但僅有一根試管最底下的珠子相同，且兩根試管的第一顆珠子都無法直接移到圖卡 10 的最底下，移動難度較高。先將中間的紅珠移到左邊，再依序將紫珠和紅珠一到右邊完成逆序，並空出中間試管，共計 3 步，接著將左邊的紅珠移動到右邊、綠珠移到中間，再將右邊的紅珠移回中間完成第二次逆序，同樣需 3 步，共計 6 步。在先前已發現要將 2 顆珠子逆向排列需動 4 步，將左邊試管的紫珠和綠珠分別移動到中間和右邊，再依圖卡 10 的圖案依序將綠珠及紫珠移回左邊，完成第三次逆序，需加 4 步，共計 10 步。



(2)沒有空試管

以編碼為 E(1-1-4)的圖卡 4 移動到編碼 D(1-2-3)的圖卡 14 為例，雖然有兩張圖卡都有一根試管最底下的珠子是綠色，但試管位置不同，最後需換管。先將左邊試管的綠珠和右邊的紫珠移到中間，共計 2 步，再將右邊的試管的三顆珠子依序移到左邊，共移動 5 步，接著把依序把中間的紫珠和左邊的紅珠移到右邊，再將中間的綠珠一到左邊，共計 8 步。最後中間和右邊兩隻試管交換位置，記為+1，得到最後步數為 8+1。



三、整理記錄及分析

1. 要能使移動珠子的步數較少需要的條件如下：

- (1) 試管最底下的珠子顏色是否相同。
- (2) 有空管子或相同排列的珠子可作為暫放珠子的空間。
- (3) 最上面的珠子顏色可以直接逆向排序移到另一個試管，完成顏色排列。

2. 移動所需步數較多的可能原因如下：

(1) 有兩根以上的試管珠子排列方式相反，逆向排列需要較多步數。

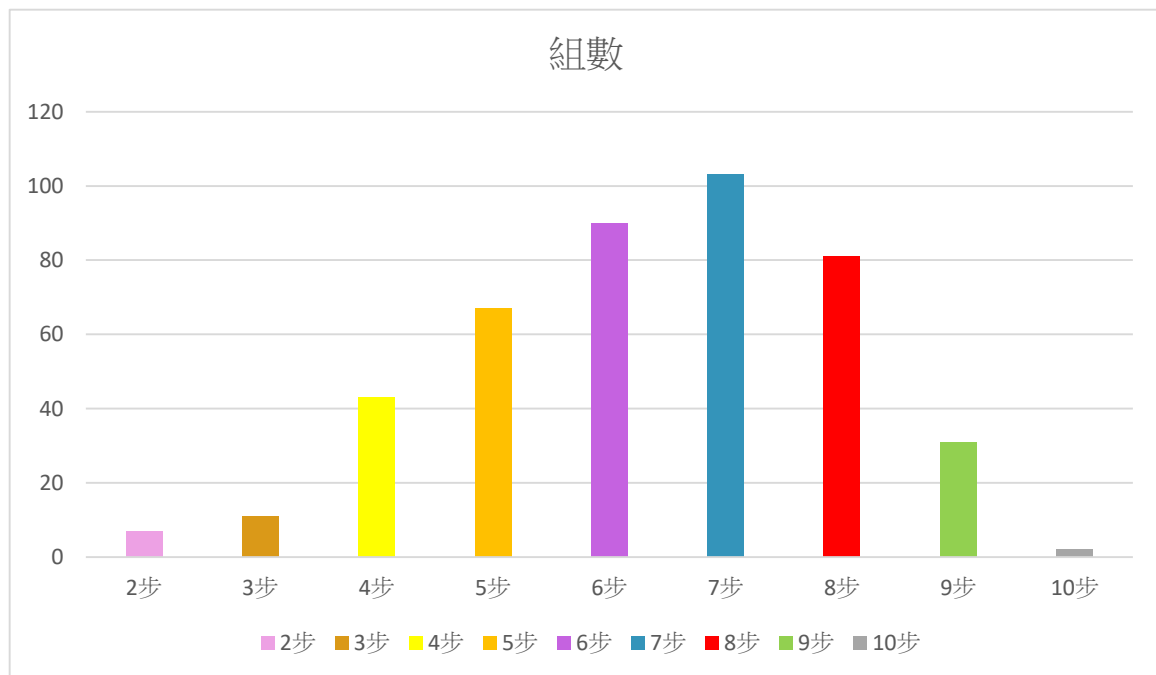
(2) 有兩根以上試管最底下的珠子不同，且的任一根試管的第一顆珠子無法移動成為第二張圖卡最底下的珠子，造成符合排列規則的珠子被夾在中間，需要較多步走才能移除。

3. 依據最後完成的紀錄表，統計出以下結果：

(1) 完成步數最少須 2 步，最多需 10 步。

(2) 最少步數和最多步數的出現組合都很少。

(3) 完成步數的組合中，以 7 步最多，再來是 6 步和 8 步，轉換成統計表，可以看出中間有個高峰，往兩側呈現組數逐漸減少的狀況。



陸. 評鑑與檢討

- 一、研究初期對這個遊戲還不熟悉，在規則上還有許多不清楚的地方，因此時常出錯。但在後來一次又一次的嘗試中，我們發現只要多練習幾次，就能有所突破，令我們習得遇上不熟悉的事物時，要多加進行嘗試，才能熟能生巧。
- 二、研究中期主要的困難在於，數據量實在太多，超出我們的能力範圍。但也因此我們了解在進行任何嘗試時，都要有耐心地完成，否則只會讓狀況更糟，因此磨練了我的耐性。
- 三、研究後期時，報告進入收尾階段，我們時常因為對報告的看法不同有所爭執。以至於研究氣氛變得很差。所以在意見相佐時應該靜下心，以理性的方式應對進退，才能真正從根本解決問題。
- 四、撰寫報告時會需要用到許多文書處理相關軟體 (WORD/EXCEL))等，我們對這些系統一竅不通，因此花費許多時間學習。過程中的卡關更讓我十分挫折，但我們也因此有了更多練習的機會，使我們的文書處理能力更上一層樓。
- 五、研究完後，我們發現其實還有許多排列方式並未呈現在圖卡中，讓我們對未知領域產生更多興趣，而在桌遊設計之方面，我們會想要深入研究，甚至想自己出題讓對方挑戰。透過這次的研究，我也更喜歡數學了！

柒. 參考資料

瘋狂科學家桌遊官方網站

<https://www.swanpanasia.com/products/dr-eureka>