

彰化縣114學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選
作品說明書

作品編號：

組別：
☒國小組
☐國中組
☒數學類
☐自然、科技類
☐人文社會類

作品名稱：「棋」開得勝－探討L棋棋盤變形的必勝策略

彰化縣114學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

作品說明書

第一階段 研究訓練階段（由教師撰寫）

一、近二年學校獨立研究課程之規劃

為使學生能具備進行自主探究與跨域整合能力，本校針對不同年級設計分層訓練與支持系統，自三年級起提供資優學生以「問題發現—資料蒐集—研究實作—成果展現」為主軸，培養學生研究態度、探究技能與表達能力，其具體內容如下：

（一）課程目標

1. 培養學生主動探究與問題解決能力。
2. 強化資訊搜尋、資料整理、分析與歸納的能力。
3. 促進學生邏輯思考、創意思維與口語表達能力。
4. 讓學生學習如何設定可行的研究主題與具體計畫。

（二）課程架構

訓練階段	實施年級	內容
主題探索與研究啟蒙	三、四年級	以「主題探究入門」為核心，透過專題活動、圖書探討、生活議題等，引導學生學習觀察、提問與資料收集。
研究方法與資料分析基礎	五年級	以「小型研究設計」為主，在教師引導下進行研究假設、資料蒐集與初步分析，開始撰寫研究紀錄與簡報。
獨立研究實作與成果展現	六年級	進入「獨立研究深化」階段，學生可依興趣選擇主題，獨立或合作完成研究報告，並於成果發表會進行展示與口頭報告。

二、學校如何提供該生獨立研究訓練

為循序培養學生獨立研究能力，依學生年齡與能力設計漸進式訓練，提供多元探索與研究實作的機會，說明如下：

(一)三、四年級：主題探索與研究啟蒙

透過主題探索活動，如校園環境調查、植物觀察與社區特色探訪，培養學生主動觀察與探究的能力。運用 5W1H 提問法進行問題發現訓練，引導學生從日常經驗中提出有意義的研究問題。安排參訪圖書館與地方文史館等學習資源，學習資料蒐集與紀錄的方法，建立初步的研究與整理能力，為後續研究奠定基礎。

(二)五年級：研究方法與資料分析基礎

透過學習資料蒐集與整理的方法，如問卷設計、觀察紀錄與簡易統計分析，培養實證探究與資料處理的能力，指導學生撰寫研究提案書與設定研究假設，建立完整的研究思考歷程。運用數位工具進行資料分析與視覺化呈現，讓學生能以圖表與簡報方式詮釋研究成果，提升資訊素養與表達能力。

(三)六年級：獨立研究實作與成果展現

在研究過程中學習研究倫理、資料引用格式與報告撰寫技巧，培養學術態度與表達能力。學校提供個別輔導與專家諮詢，協助學生在研究設計與資料詮釋上獲得專業指導。為拓展視野與深化探究經驗，安排參訪博物館及科教館等場所，讓學生親身接觸多元研究環境。研究完成後，鼓勵學生參加校內外研究成果發表會或競賽，如科展、探究專題競賽等，藉由分享交流提升表達與反思能力，並透過自我省思與歷程檔案整理，展現完整的學習歷程與成長成果。

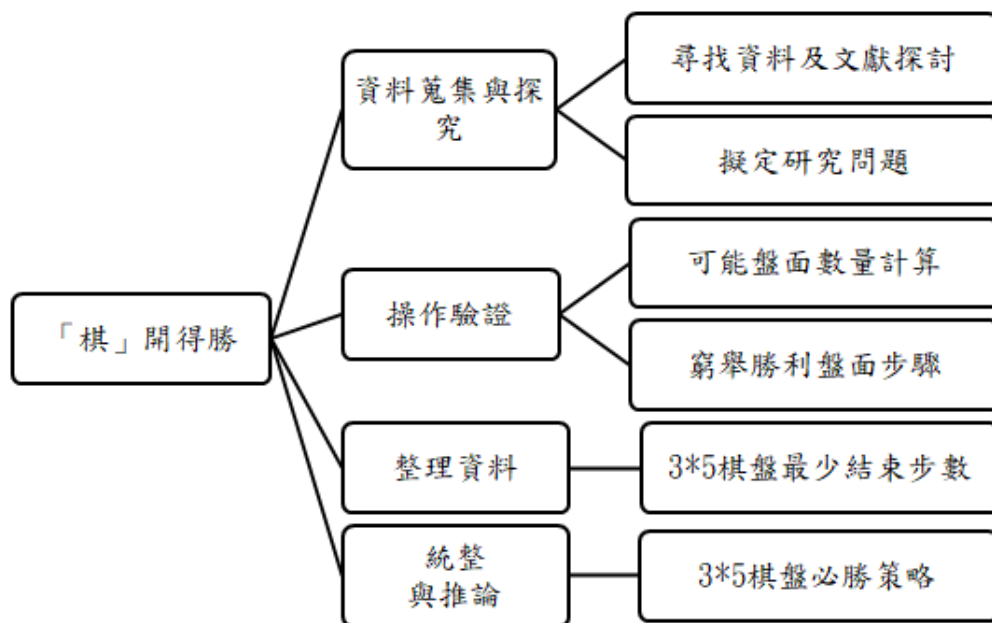
第二階段 獨立研究階段（由學生撰寫）

一、研究動機

有一次，我的資優老師在上課時有提到關於數學的遊戲，其中的一個是「L棋」，它的走法變化多端，而且棋子的形狀和一般有棋子的遊戲不同，我發現只要把棋子一直維持在中間，就都不會輸。反之，只要讓棋子到角落，就有很大的可能輸，我上網查了一下，這個遊戲最少結束的步數只要兩步，但是卻有三萬六千多種盤面，所以我覺得這個遊戲很有趣，就想來研究如果棋盤變化形狀，策略和結束的步數會不會改變，還有是否有一種必勝的策略，因為我在上網查時，發現一般的4*4棋盤玩法只有不會輸的策略，沒有能讓自己一定贏的策略，因此才會想要改變L棋棋盤的形狀，看是否能改變先後手的公平性以及是否有必勝策略。

二、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

（一）研究架構



（二）研究問題

1. 棋盤變3*5後，有多少種可能的盤面？
2. 棋盤變3*5後，有沒有先手必勝策略？
3. 棋盤變3*5後，最少幾步會結束？

(三)工作進度表

時程	工作進度
2024年9月	尋找主題與討論研究方向
2024年10月	尋找L棋相關資料
2024年11月	彙整收集的文獻資料並進行探討
2024年12月	窮舉法列出3*5棋盤勝利盤面
2025年1月	窮舉法列出3*5棋盤最少結束步數
2025年2月	觀察與討論，完成3*5棋盤必勝策略歸納
2025年9月	撰寫研究報告
2025年10~11月	修正研究報告及格式
2025年11~12月	完成報告

三、彙整相關文獻

(一) L棋的介紹

L棋是愛德華·波諾在1968年推出的兩人棋類遊戲，棋具為4*4方格棋盤，每方各一枚L形的不同色棋子，3格長、2格寬，兩枚佔一格的中性棋子。

(二) L棋規則

1. 初始佈置如圖1，兩個L形棋子在棋盤中間拼成2*4矩形，兩個中立棋則佔對角格。

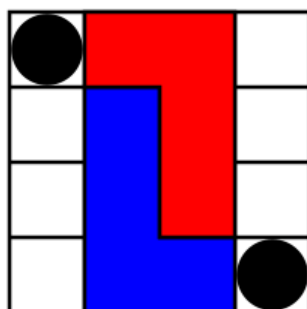


圖1：4*4 L棋棋盤初始佈置

2. 兩方輪流移動，必須將己棋放到與原先不同的空格，可翻轉或

轉動，不可疊到其他棋子。放完己棋後，可以選擇移動任何一枚中性棋子至任何空格，亦可放棄。

3. 無法行棋時輸掉遊戲。

(三)可能的盤面

整個遊戲有36736個可能出現的盤面，去掉對稱和反射的16種則有2296個。在這2296個情形中，只有15個會輸的情形。

(四)文獻探討

在『益智遊戲「L棋(L-Game)」之電腦解法及分析』中，他們製作人工智慧和人類下棋，讓人工智慧在下棋的過程中用樹狀圖列出怎麼樣會失敗，且遠離失敗的路徑。最終發現只要雙方都沒有犯錯，遊戲就會不斷地進行下去。因此，它的先手和後手一方都沒有必勝的策略，讓我想到可以利用樹狀圖結合表格來列出步驟。

在『戰略思考的遊戲—L棋』中，他們用紙做出了L棋棋盤，接著和同學輪番「對奕」，用來熟悉規則及發現獲勝、失敗之情形。藉此知道「L棋遊戲要怎麼下才能獲勝，或不至於輸棋」，讓我覺得可以改變棋盤大小手做L棋，並模擬對弈步驟。

在『L棋之謎』中，他們也是用手做的方式來做出棋盤，不過是用積木來排的，發現了5*5、6*6棋盤也可以找出新玩法，所以我認為可以改變棋盤形狀。

在『L棋的人工智慧實驗』中，他們寫程式做出人工智慧，並讓那個程式在訓練下，達到近乎無敵的程度，令我想到可以用程式來幫助實驗。

四、資料分析

(一)探討3*5棋盤可能的盤面

我把4*4棋盤換成與他接近的3*5棋盤(如圖2)。初始佈置時，將兩個L形棋子在棋盤中間拼成3*3的環狀，兩個中立棋則佔對角格。

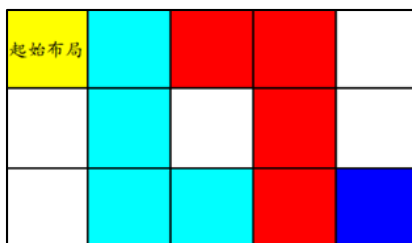


圖2: 3*5 L棋棋盤初始佈置

首先列出紅方L形棋子所有可能的位置，再推論藍方L形棋子放在棋盤中可能的位置，計算L形棋子擺放的所有可能性總數為111種，還需列出對稱和翻轉的情形，因此再乘以4。

接著計算兩個中立棋的擺放情形，以3*5棋盤總格數15減去雙方L形棋子的格數8，得出的答案是7為第一個中立棋的擺放位置可能性，7-1為第二個中立棋的擺放位置可能性。

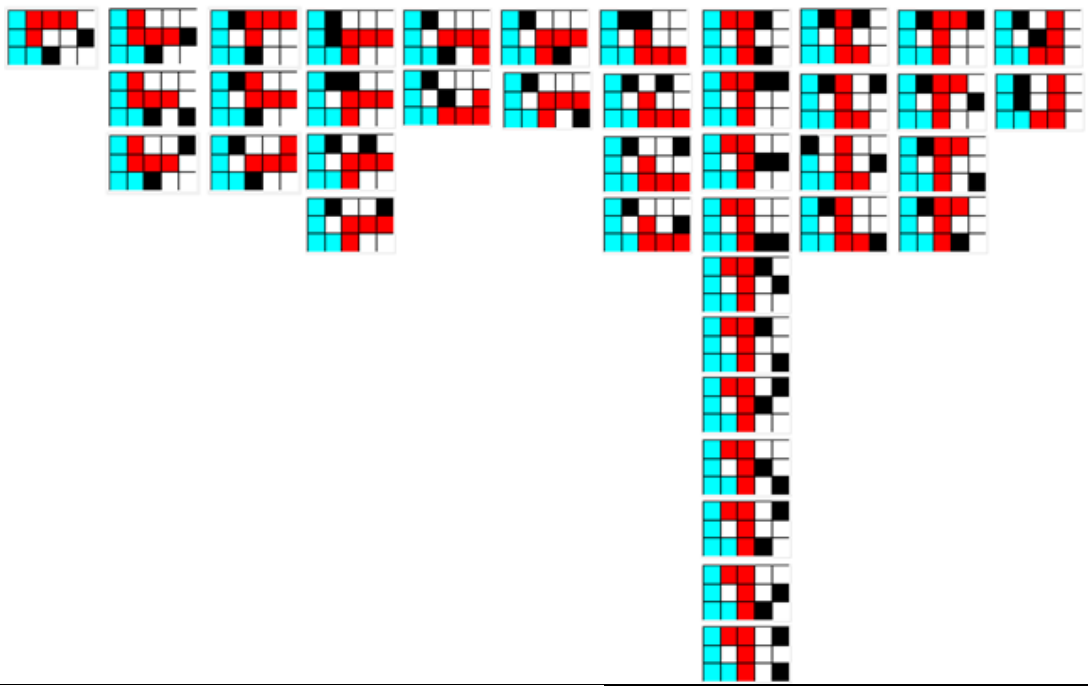
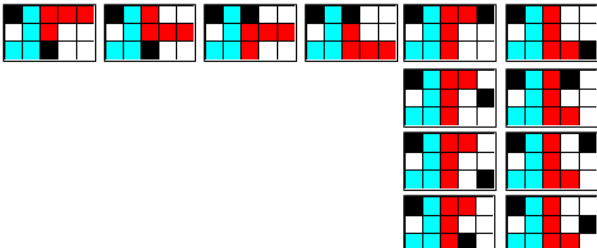
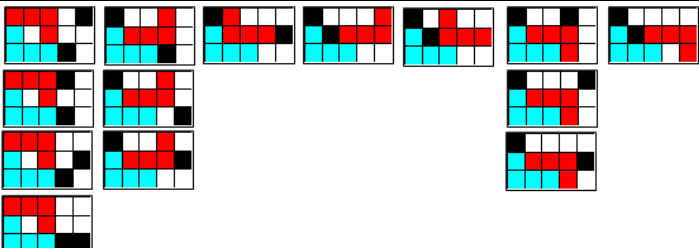
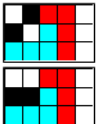
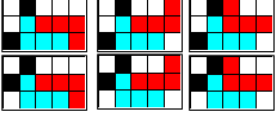
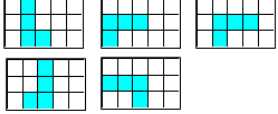
L形棋子所有可能的位置總數111乘以4再乘以中立棋的擺放情形42後，得到的答案是9324，除以2來排除中立棋位置重複的狀況，可以知道3*5棋盤有2331個可能的盤面，計算過程如圖3。

每個數字代表一個L棋固定後， 另一個L棋擺放位置的可能性	對稱和反射 的情形	中立棋擺放位置 的可能性
(22 + 16 + 10 + 5 + 16 + 9 + 10 + 7 + 6 + 10)	* 4	* $\frac{7 * (7-1)}{2}$
排除中立棋位置重複		
$= 111 * 4 * \frac{42}{2}$		
$= 2331$		

圖3: 計算3*5棋盤可能的盤面數量

接著列出所有勝利盤面(如表1)，3*5棋盤勝利的盤面數為每方74種，是棋盤可能盤面數量的 $\frac{74}{2331}$ (約3.1746%)，所以在所有盤面中，兩方勝利盤面共佔了 $\frac{148}{2331}$ (約6.3492%)。

表1：3*5棋盤勝利盤面

勝利的盤面	數量
	40
	12
	14
	2
	6
	0
合計	74

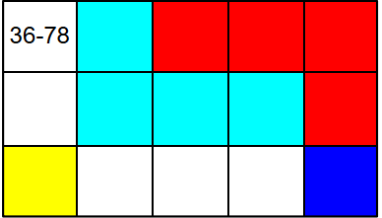
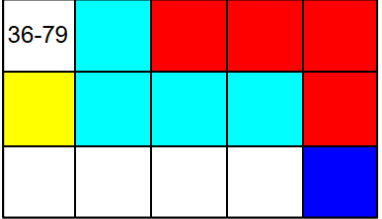
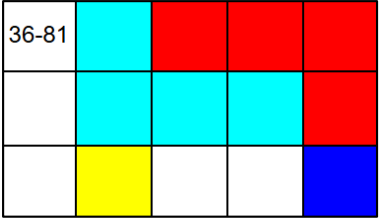
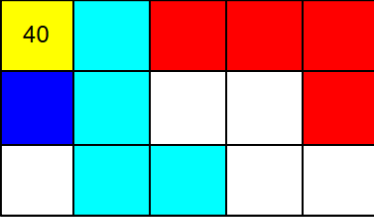
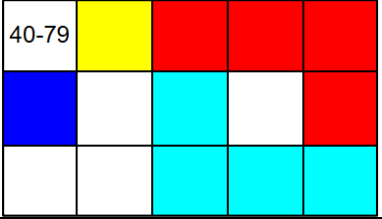
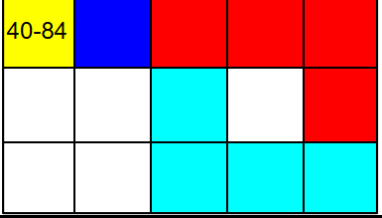
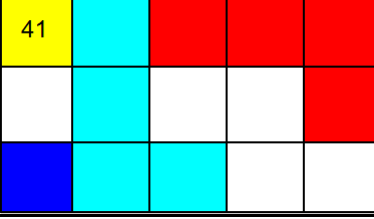
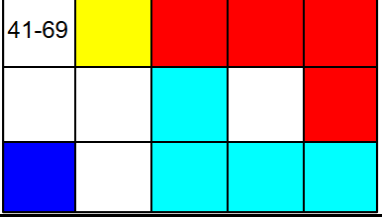
(二)探討3*5棋盤最少結束步數

利用窮舉法配合樹狀圖以表格列出雙方可能的棋步，讓我知道用3*5棋盤最少結束的步數是兩步且皆為先手敗(如表2)，經過統計兩步以內共有28種先手敗的情況。

表2:最少結束步數(先手敗)

初始佈置					棋步1(紅棋)					棋步2(藍棋)				
起始佈局					12					1 12-12				
										2 12-13				
										3 12-14				
										4 12-15				
										5 12-23				
										6 12-24				

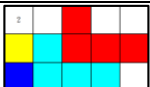
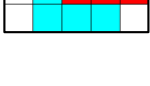
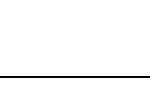
	34	1	34-38
		2	34-56
		3	34-57
		4	34-58
		5	34-59
		6	34-69
	36	1	36-60
		2	36-71

		3	36-78	
		4	36-79	
		5	36-81	
		1	40-79	
		2	40-84	
		1	41-69	

(三)探討3*5棋盤先手必勝策略

在觀察先手獲勝的盤面後，發現有先手必勝策略，先手需搶占中列、L 腳在中央，利用兩顆中立子限制對手移動方法至一到二種，把對手逼到角落，不要自己到角落，中立子不可放於己方直角內側，並盡量占下對方直角內側，就能提高勝利機會。若先手依照表3那樣走，就能保證在七步以內勝利。

表3: 先手(紅棋)必勝策略

棋步1	棋步2	棋步3	棋步4	棋步5	棋步6	棋步7
	                      					

					9-2-10	9-2-11
					9-2-12	9-2-13
			9-3	9-3	9-3-1	9-3-1
					9-3-2	9-3-2
					9-3-3	9-3-3
					9-3-4	9-3-4
					9-3-5	9-3-5
					9-3-6	9-3-6
					9-3-7	9-3-7
					9-3-8	9-3-8
					9-3-9	9-3-9
					9-3-10	9-3-10
					9-3-11	9-3-11
			9-4	9-4		
			9-5	9-5		
			9-6	9-6		
			9-7	9-7		
			9-8	9-8		
			9-9	9-9		
			9-10	9-10		

棋放在角落，藉此掌握較多的中間活動空間，同時逐步將對手逼向角落，最終讓對手陷入無子可下的局面。

然而，當在3*5棋盤上，先手出現了必勝策略，其關鍵在於搶占中央九格區域，並優先封鎖對手棋子所形成的L形直角內側。之所以會產生這樣的差異，我認為與棋盤形狀改變、寬度與長度比例不同，以及總格數減少一格有關。這些條件使得3*5棋盤的盤面變化受到更嚴格的限制，降低了局面的多樣性。

綜合以上分析可以發現，L棋的勝負關鍵不僅取決於玩家操作的技巧，更受棋盤形狀與格子配置所影響。4*4棋盤因活動空間相對對稱且中央區域較大，使得先後手皆能透過「占據中央九格」的方式避免落入敗勢。然而，當棋盤改為長條型的3*5棋盤後，棋格減少造成盤面組合受限，使後手較難取得相同的反制空間。

由此推論，棋盤結構的微小差異便可能重新定義遊戲的公平性與策略平衡，在益智或策略遊戲中，版圖設計就可能決定遊戲是否存在先後手勝率差異。

六、評鑑與檢討

在尋找主題的期間，偶然看到了有人在下棋，我就想到了可以來研究棋類，搜尋棋類遊戲，發現大部分都有人研究過了，正當找不出可以研究的棋類時，資優老師講到了「L棋」這個遊戲，我認為這個遊戲很有趣，也沒有什麼人研究過，所以我就開始查詢相關資料，找完資料後，卻一直想不出要訂下什麼研究問題，直到看見別人的報告，他們改變了棋盤形狀，那時我才想到可以改變棋盤的形狀、大小。這個歷程也讓我感受到要提出有價值的研究問題，往往需要足夠的資訊量、多觀察多閱讀，才能發現值得探究的切入點。

而在研究過程中，我在彙整文獻的地方卡住，一直在想要找什麼文獻、摘錄哪一部分，對我有哪些啟發？透過文獻探討減少重複性的研究內容，讓我明白可以運用這些研究方式來進行自己的分

析。透過文獻探討釐清研究的架構，也學會如何讓自己的研究更有系統、更有依據。

改變棋盤形狀時，我把4*4棋盤改成棋盤格數較相近的3*5棋盤，棋盤格數只差一格，感覺沒什麼變化。然而，透過棋盤盤面列舉推演後，卻驚訝地發現3*5棋盤竟然出現了先手必勝策略，讓我理解到在設計或分析策略遊戲時，棋盤本身就是一個關鍵變數。

在這次的研究當中，我更加認識了「L棋」這個遊戲，也學會了運用一些數學概念，例如：排列組合用來估算可能的盤面數量；二維表格與對稱概念協助縮減重複盤面；機率則用來理解先手與後手的勝率差異。我也實際運用窮舉法與編碼方式，嘗試思考如何正確列出所有可能的棋步與盤面變化，最終決定利用橫式樹狀圖來表達棋步推演的過程，讓我更能直接觀察先手如何一步步形成必勝路徑。透過這些工具與方法，將看似複雜的棋盤變化，整理成有系統、可分析的資料，讓整個研究過程變得更加清楚，也讓我對策略遊戲中數學的應用有了更深的體會。

下次如果有機會能繼續做這個主題的研究，我覺得要把棋子數量、棋盤大小和障礙子數量都改變，以驗證3*5棋盤的先手必勝策略是否具有唯一性。另外，也可以嘗試更多棋盤形狀與尺寸，如3*6、4*5等，觀察棋盤長寬比例、奇偶格數對遊戲公平性與策略可行性的變化。

七、參考資料

1. L棋（2023年8月5日）。載於維基百科。

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/L%E6%A3%8B>

2. 蔡明原、林順喜(1999)。益智遊戲「L棋(L-Game)」之電腦解法及分析。科學教育月刊。

[https://www.sec.ntnu.edu.tw/uploads/asset/data/6256419d381784d09345bfaa/1999-221-08\(33-46\).pdf](https://www.sec.ntnu.edu.tw/uploads/asset/data/6256419d381784d09345bfaa/1999-221-08(33-46).pdf)

3. 李訓賢(2001)。戰略思考的遊戲—L棋。國立臺灣科學教育館。

<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-2/International/90/6-1.pdf>

4. 許宇佳、陳艾琳、劉欣穎(2024)。L棋之謎。2024年科學探究競賽。

<https://sciexplore2024.colife.org.tw/work/2024/B0030>

5. 賴溱君、郭奕宏、王連昌(1986)。L棋的人工智慧實驗。第26屆全國中小學科展。

<https://www.ntsec.edu.tw/science/detail.aspx?a=21&cat=23&sid=3746&print=1>