

彰化縣 114 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

作品說明書（封面）

作品編號：（由承辦單位編列）

☒ 國小組

☒ 數學類

☐ 自然、科技類

☐ 國中組

☐ 人文社會類

組別：國小組

作品名稱：質數x幻方-探索質數幻方之奧妙

◎封面切勿出現校名、作者、校長及指導者姓名，違者不予收件。

第一階段 研究訓練階段

一、 近二年學校獨立研究課程之規劃

(一) 獨立研究課程的目的：

1. 培養學生研究的興趣與精神
2. 提供學生實際研究的經驗
3. 加強學生研究方法的訓練
4. 培養學生獨立及自學的能力
5. 提高學生問題解決的能力
6. 發展學生高層思考的能力

(二) 獨立研究課程的目標：

1. 使學生親自體驗、發現及解決問題的過程。
2. 使學生熟練探討專門領域之知能：心智與操作技能。
3. 使學生學習相關知識。
4. 培養學生研究態度。
5. 啟發並增進學生心智思考經驗。

(三) 獨立研究課程規劃原則：

	課程安排	師生參與課程方式
中年級	1.獨立研究基礎能力初探 2.小專題的模擬和訓練	1.全部學生皆修課。 2.採協同方式上課。
五年級	1.以獨立研究為課程主軸。 2.獨立研究作品評析。 3.以個人或分組方式進行獨立研究。 4.完成作品並發表。	1.全部學生皆修課。 2.分數學、自然與生活科技和人文科學三組。 3.各作品有第一指導老師，另協同指導。

六年級	1. 以專題研究、科展研究為課程主軸。 2. 科展作品、專題報告之評析。 3. 以個人或分組方式進行科展研究。 4. 完成作品並發表。	1. 由學生依研究興趣決定修課與否。 2. 專題研究採全部上課和討論。 3. 科展研究採分組進行研究和指導。 3. 各作品有第一指導老師，另協同指導。
-----	--	--

二、學校如何提供該生獨立研究訓練

1. 獨立研究基礎能力課程：

單元名稱	授課內容摘要
如何選定研究主題	1. 研究主題的分類。 2. 研究主題實例討論。 3. 練習訂定不同類別的研究主題。 4. 研究主題分享和討論。
如何收集參考資料	1. 參考資料有哪些。 2. 收集參考資料的管道和可利用的工具。 3. 分享和討論。
篩選並統整 參考資料	1. 參考資料的歸檔和分類。 2. 參考資料的呈現。 3. 分享和討論。
研究方法與計畫	1. 認識研究方法。 2. 依主題決定研究方法並擬定研究計畫。 3. 分享並討論研究方法與計畫。
問卷的編製	1. 認識問卷編製的方法和過程。 2. 問卷編製練習和實作。 3. 問卷的分享和討論。

資料的統計與分析	1. 問卷資料的轉換和建檔。 2. Excel 程式的介紹和練習。 3. 問卷資料的統計和分析結果。 4. 分享分析結果和討論
自然科學獨立研究	1. 閱讀自然科學類獨立研究。 2. 找尋相關主題並訂定子題。 3. 收集相關資料並進行文獻探討。 4. 擬定研究方法和計畫。 5. 分享並討論研究計畫。
人文社會獨立研究	1. 閱讀人文社會類獨立研究。 2. 找尋相關主題並訂定子題。 3. 收集相關資料並進行文獻探討。 4. 擬定研究方法和計畫。 5. 分享並討論研究計畫。
數學獨立研究	1. 閱讀數學類獨立研究。 2. 找尋相關主題並訂定子題。 3. 收集相關資料並進行文獻探討。 4. 擬定研究方法和計畫。 5. 分享並討論研究計畫。
實驗式獨立研究	1. 閱讀實驗式獨立研究。 2. 找尋相關主題並訂定子題。 3. 收集相關資料並進行文獻探討。 4. 擬定研究方法和實驗計畫。 5. 分享並討論研究計畫。
研究問題、 困難的解決	1. 進行研究時如何發現問題和困難。 2. 記錄研究時產生的問題和困難 3. 找尋解決問題、困難的方法和資源。

2. 獨立研究作品實作課程：

單元名稱	授課內容摘要
獨立研究主題初探	1. 從日常生活中找尋想要研究的主題。 2. 找尋與主題相關研究的資訊。 3. 分析研究主題的困難和可行性。
擬定工作進度表	1. 研究工作之分析。 2. 擬定年度工作進度表。
擬定初步研究問題 及研究目的	1. 決定初步決定可研究的問題。 2. 決定初步的研究目的。
找尋相關資源	1. 尋找相關研究及文獻。 2. 找尋進行研究時所需的研究工具。 3. 找尋可提供相關資訊的專家或老師。
擬定正式研究問題 及研究目的	1. 修正或剔除不可行的研究問題。 2. 修正研究目的。 3. 確認正式的研究問題及目的。
研究計畫發表會	1. 撰寫正式研究計畫前四章節。 2. 舉辦研究計畫發表會。 3. 研究計畫優缺點分析和導論。 4. 研究計畫修正。
進行研究	1. 進行研究和記錄研究結果。 2. 隨時提出遇到的困難和疑問。 3. 分析和討論解決研究困難的方法。
提出研究成果	1. 分析取得的研究結果。 2. 繪製相關表格和圖。 3. 撰寫研究結果。 4. 分析和討論並提出研究結論。
成果發表會與分享	1. 製作成果發表海報或 PPT 檔。 2. 舉辦成果發表會。 3. 作品優缺點分析與討論。

第二階段 獨立研究階段

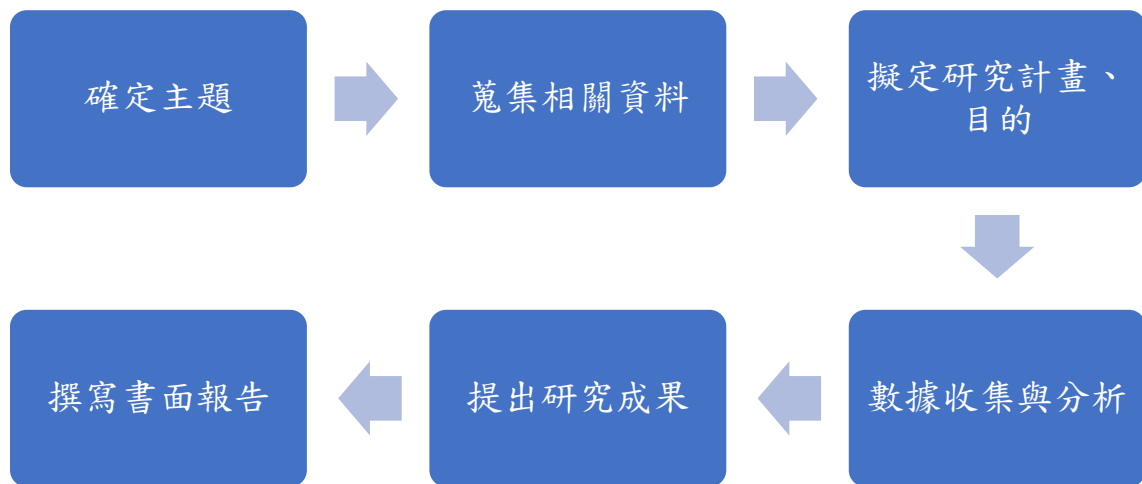
一、 研究動機

在之前參加奧林匹克數學的過程中，我們遇到了一題題目，題目內容是：“在已有數字 1 的三階幻方內填入 100 以內的質數，使得每個橫列、直行與對角線的和皆相同。”由於在解題的時候我們覺得很有挑戰性，花了不少時間與精力來解題。當找出正確答案的時候，我們非常的有成就感，想要再多尋找相關的題目。同時也讓我想要探討，是不是可以只用質數來完成三階幻方呢？

經由這次的經驗，我們決定以質數幻方為主題，探討要如何找出一個質數幻方及質數幻方有沒有什麼規律。

二、 擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

（一） 擬定正式計畫



（二） 研究問題

- 1、探討質數幻方的解法。
- 2、探討質數與幻方間的規律。
- 3、運用 Excel 找出質數幻方的解。

(三) 工作進度表

預定進度甘特圖	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
擬定研究問題						
尋找資源						
文獻整理與討論						
討論初步研究發現						
深入探討研究問題						
提出研究結果						
歸納研究結果						

三、彙整相關文獻

針對本研究想探討的主題進行了相關的文獻搜尋，其中在第 52 屆中小學科展《找尋三階質數魔方陣》一文中採用因數與倍數的概念，分析 3 階質數魔方陣定和性質，瞭解定和為 3 的倍數藉由將質數分為 $3k+1$ 及 $3k-1$ 兩類，根據其中 k 的數字相加為定數，以較快速且有系統的方式找到 3 階質數魔方陣。但此篇研究只有找出以 59、71、73 為中心的質數幻方。我們想以此這篇文獻提出的將質數分為 $3k+1$ 及 $3k-1$ 兩類為基礎，並使用 Excel 繼續往後尋找更多質數幻方。

(一) 幻方：

幻方，有時又稱魔術方陣（其簡稱「魔方」現一般指立方體的魔術方塊）或縱橫圖，由一組排放在正方形中的整數組成，其每行、每列以及每一條主對角線的和均相等。通常幻方由從 1 到 N 的平方的連續整數組成，其中 N 為正方形的行或列的數目。因此 N 階幻方有 N 行 N 列，並且所填充的數為從 1 到 N 的平方。幻方可分為奇數階幻方與偶數階幻方，也各有不同的解法。

四、 資料分析：

(一) 將 500 內的質數分類成 $3k+1$ 及 $3k-1$

1、 $3k+1$ 的質數表

質數	k	質數	k	質數	k	質數	k
7	2	163	54	373	124	607	202
13	4	181	60	379	126	613	204
19	6	193	64	397	132	619	206
31	10	199	66	409	136	631	210
37	12	211	70	421	140	643	214
43	14	223	74	433	144	661	220
61	20	229	76	439	146	673	224
67	22	241	80	457	152	691	230
73	24	271	90	463	154	709	236
79	26	277	92	487	162	727	242
97	32	283	94	499	166	733	244
103	34	307	102	523	174	739	246
109	36	313	104	541	180	751	250
127	42	331	110	547	182	757	252
139	46	337	112	571	190	769	256
151	50	349	116	577	192	787	262
157	52	367	122	601	200	811	270

表 1-1 500 內的質數($3k+1$ 類)

2、 $3k-1$ 的質數表

質數	k	質數	k	質數	k	質數	k
2	1	149	50	353	118	569	190
5	2	167	56	359	120	587	196
11	4	173	58	383	128	593	198
17	6	179	60	389	130	599	200
23	8	191	64	401	134	617	206
29	10	197	66	419	140	641	214
41	14	227	76	431	144	647	216
47	16	233	78	443	148	653	218
53	18	239	80	449	150	659	220
59	20	251	84	461	154	677	226
71	24	257	86	467	156	683	228
83	28	263	88	479	160	701	234
89	30	269	90	491	164	719	240
101	34	281	94	503	168	743	248
107	36	293	98	509	170	761	254
113	38	311	104	569	190	773	258
131	44	317	106	587	196	797	266
137	46	347	116	593	198	809	270

表 1-2 500 內的質數($3k-1$ 類)

(二) 分析幻方：以中心為 59 與 73 的質數幻方舉例。

1、中心為 59 的質數幻方：

101	5	71
29	59	89
47	113	17

(1) 可以找到四組等差數列：

第一項	第二項	第三項	公差
47	59	71	12
29	59	89	30
17	59	101	42
5	59	113	54

(2) 公差之間的關係： $12+30=42$ ； $12+42=54$ 。

(3) 將中心為 59 的質數幻方轉化為中心加減公差的形式：

$59+42$	$59-54$	$59+12$
$59-30$	59	$59+30$
$59-12$	$59+54$	$59-42$

2、中心為 73 的質數幻方：

103	7	109
79	73	67
37	139	43

(1) 可以找到四組等差數列：

第一項	第二項	第三項	公差
67	73	79	6
43	73	103	30
37	73	109	36
7	73	139	66

(2) 公差之間的關係： $6+30=36$ ； $30+36=66$ 。

(3) 將中心為 59 的質數幻方轉化為中心加減公差的形式：

$73+30$	$73-66$	$73+36$
$73+6$	73	$73-6$
$73-36$	$73+66$	$73-30$

3、統整：將四組等差數列的公差，由小到大設為 a 、 b 、 c 、 d ，則質數幻方可以分為以下兩類。

(1) $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 。示意圖如下：

質數 $+c$	質數 $-d$	質數 $+a$
質數 $-b$	質數	質數 $+b$
質數 $-a$	質數 $+d$	質數 $-c$

(2) $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 。示意圖如下：

質數 $+b$	質數 $-d$	質數 $+c$
質數 $+a$	質數	質數 $-a$
質數 $-c$	質數 $+d$	質數 $-b$

4、等差數列的性質：當一個等差數列，同乘一個數且同加或減一個數時，還是等差數列。

(三) Excel 函數：

1、ISERROR：每個函數都會檢查指定的值，並根據結果傳回 TRUE 或 FALSE。

2、VLOOKUP：於表格中或以列為主的範圍尋找項目。

(四) 運用 Excel 尋找質數幻方：

1、先質數的 K 整理成下表，這裡以 $3k+1$ 舉例：

	2	4	6	10	...	270
2						
4						
6						
10						
⋮						
270						

2、將每列與每欄相加除以二：

	2	4	6	10	...	270
2	$(2+2) \div 2$	$(2+4) \div 2$	$(2+6) \div 2$	$(2+10) \div 2$	...	$(2+270) \div 2$
4	$(4+2) \div 2$	$(4+4) \div 2$	$(4+6) \div 2$	$(4+10) \div 2$	...	$(4+270) \div 2$
6	$(6+2) \div 2$	$(6+4) \div 2$	$(6+6) \div 2$	$(6+10) \div 2$	...	$(6+270) \div 2$
10	$(10+2) \div 2$	$(10+4) \div 2$	$(10+6) \div 2$	$(10+10) \div 2$	...	$(10+270) \div 2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
270	$(270+2) \div 2$	$(270+4) \div 2$	$(270+6) \div 2$	$(270+10) \div 2$	...	$(270+270) \div 2$

3、運用 Excel 函數 ISERROR、VLOOKUP：將不屬於 k 值的全部變成 x。

	2	4	6	10	...	270
2	2	x	4	6	...	136
4	x	4	x	x	...	x
6	4	x	6	x	...	x
10	6	x	x	10	...	140
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
270	136	x	x	140		

4、此時我們發現這個表格，從左上到右下的對角線，兩邊是相互對稱的，因此我們在找等差數列的時候，只需要查找左上到右下這條對角線的其中一邊三角形。以查找24為例，如下表所示：

	2	4	6	10	12	14	20	22	24
2	2	x	4	6	x	x	x	12	x
4	x	4	x	x	x	x	12	x	14
6	4	x	6	x	x	10	x	14	x
10	6	x	x	10	x	12	x	x	x
12	x	x	x	x	12	x	x	x	
14	x	x	10	12	x	14	x	x	x
20	x	12	x	x	x	x	20	x	22
22	12	x	14	x	x	x	x	22	x
24	x	14	x	x	x	x	22	x	24
26	14	x	x	x	x	20	x	24	x
32	x	x	x	x	22	x	26	x	x
34	x	x	20	22	x	24	x	x	x
36	x	20	x	x	24	x	x	x	x
42	22	x	24	26	x	x	x	32	x
46	24	x	26	x	x	x		34	x

5、將其對應的k值列出來，並尋找k值與24之間的差：

k 值	26	34	36	42	46
k 值-24	2	10	12	18	22

6、此時k值-24的數為以24為中心的等差數列其公差，如下表所示：

第一項	第二項	第三項	公差
22	24	26	2
14	24	34	10
12	24	36	12
6	24	42	18
2	24	46	22

7、可從公差中發現2、10、12、22這個組合，為 $2+10=12$ 且 $10+12=22$ 的關係，符合質數幻方中 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型。

8、將符合條件的等差數列列出並進行調整，就可以找出一個以24為中心的幻方，如下表所示：

34	2	36
26	24	22
12	46	14

9、將其數字乘3再加1調整回質數，就可以找出質數幻方，如下表所示：

109	7	103
67	73	79
43	139	37

(五) 我們尋找k值在100、150、200、250左右的質數幻方，結果如下：

1、 $3k+1$ 類，k值為102：

(1) 尋找到的公差組合：10、78、88、98。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

571	13	337
73	307	541
277	601	43

2、 $3k+1$ 類， k 值為 154：

(1) 尋找到的公差組合：8、132、140、148。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

883	19	487
67	463	859
439	907	43

3、 $3k+1$ 類， k 值為 154：

(1) 尋找到的公差組合：50、52、102、152。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

769	7	613
307	463	619
313	919	157

4、 $3k+1$ 類， k 值為 154：

(1) 尋找到的公差組合：28、60、88、148。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

643	19	727
547	463	379
199	907	283

5、 $3k+1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：10、154、164、174。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1093	79	631
139	601	1063
571	1123	109

6、 $3k+1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：10、130、140、150。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1021	151	631
211	601	991
571	1051	181

7、 $3k+1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：46、84、130、176。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

991	73	739
349	601	853
463	1129	211

8、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：28、42、70、98。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

937	433	811
601	727	853
643	1021	517

9、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：28、162、190、218。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1297	73	811
241	727	1213
643	1381	157

10、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：32、98、130、162。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1117	241	823
433	727	1021
631	1213	337

11、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：32、168、200、232。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1327	31	823
223	727	1231
631	1423	127

12、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：42、148、190、232。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1297	31	853
283	727	1171
601	1423	157

13、 $3k+1$ 類， k 值為 242：

(1) 尋找到的公差組合：42、60、102、162。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

907	241	1033
853	727	601
421	1213	547

14、 $3k-1$ 類， k 值為 98：

(1) 尋找到的公差組合：20、22、42、62。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

419	107	353
227	293	359
233	479	167

15、 $3k-1$ 類， k 值為 98：

(1) 尋找到的公差組合：18、52、70、88。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

503	29	347
137	293	449
239	557	83

16、 $3k-1$ 類， k 值為 150：

(1) 尋找到的公差組合：10、116、126、136。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

827	41	479
101	449	797
419	857	71

17、 $3k-1$ 類， k 值為 150：

(1) 尋找到的公差組合：20、64、84、104。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

701	137	509
257	449	641
389	761	197

18、 $3k-1$ 類， k 值為 150：

(1) 尋找到的公差組合：10、126、136、146。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

857	11	479
71	449	827
419	887	41

19、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：14、66、80、94。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

839	317	641
401	599	797
557	881	359

20、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：14、96、110、124。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

929	227	641
311	599	887
557	971	269

21、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：40、114、154、194。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1061	17	719
257	599	941
479	1181	137

22、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：26、144、170、196。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1109	11	677
167	599	1031
521	1187	89

23、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：14、170、184、198。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1151	5	641
89	599	1109
557	1193	47

24、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：26、114、140、166。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1019	101	677
257	599	941
521	1097	179

25、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：40、70、110、150。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

929	149	719
389	599	809
479	1049	269

26、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：14、26、40、66。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

677	401	719
641	599	557
479	797	521

27、 $3k-1$ 類， k 值為 200：

(1) 尋找到的公差組合：26、70、96、166。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

809	101	887
677	599	521
311	1097	389

28、 $3k-1$ 類， k 值為 248：

(1) 尋找到的公差組合：22、188、210、232。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1373	47	809
179	743	1307
677	1439	113

29、 $3k-1$ 類， k 值為 248：

(1) 尋找到的公差組合：32、118、150、182。

(2) 為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型。

(3) 質數幻方：

1193	197	839
389	743	1097
647	1289	293

五、 研究結果與討論：

- (一) $3k+1$ 類找到的質數幻方共有 13 個。
- (二) $3k-1$ 類找到的質數幻方共有 16 個。
- (三) 幻方為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型，找到的質數幻方共有 25 個。
- (四) 幻方為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型，找到的質數幻方共有 4 個。
- (五) $3k-1$ 類找到的質數幻方比 $3k+1$ 找到的組合多。
- (六) 發現幻方為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型，找到的質數幻方比幻方為 $a+b=c$ 且 $b+c=d$ 的類型，來的多。
- (七) 發現幻方為 $a+b=c$ 且 $a+c=d$ 的類型，其幻方的九個數除了可以寫成四組三項等差數列，也可以寫成三組三項等差數列，而三組三項等差數列，數列間の間距相等，以 $3k+1$ 類， k 值為 102 的質數幻方為例：

1、 $3k+1$ 類， k 值為 102 的質數幻方：

571	13	337
73	307	541
277	601	43

2、表示成四組三項等差數列：

第一項	第二項	第三項	公差
277	307	337	30
73	307	541	234
43	307	571	264
13	307	601	294

3、表示成三組三項等差數列：這三組等差數列之間的間距也是相等的，間距為 264。

第一項	第二項	第三項	公差
541	571	601	30
277	307	337	30
13	43	73	30

六、 評鑑與檢討：

（一） 研究動機的部分：

一開始我們一直找不到覺得很厲害的主題，因此研究遲遲沒有辦法展開，直到我們在練習奧林匹克數學的時候，發現有一些題目讓我們苦惱非常久，不過也同時引起我們的興趣，最後我們挑了最感興趣的題目，才有了後續的這份報告。也讓我們了解不是要有多特別或是多艱深的主題才可以開始進行研究，只要我們有想要深入了解的主題，就可以去研究，解決自己的疑問。

（二） 擬定正式計畫、研究問題及工作進度表的部分：

在擬定完計畫後，我們發現很多時候並沒有按照我們的規劃進行，因為我們在放學後以及假日，都還有許多其他事情要做，因此可以運用的時間沒有我們想像的多。下次在擬定計畫時，要記得先了解自己可以運用的時間到底有多少，並且要定時調整計畫。

（三） 彙整相關文獻的部分：

在查詢幻方的相關資料時，有很多很多資料，我們看了很久，也嘗試去了解，一不小心就投入了大量的時間。但後來發現我們並沒有聚焦在我們想要探究的問題上，因此下次要記得到底是為了什麼查詢文獻的。

（四） 資料分析的部分：

1、我們剛開始用 Excel，原本嘗試用窮舉法列出所有等差

數列，後發現過於繁瑣，且需花費大量時間，因此改為用公式尋找質數幻方。

- 2、在尋找時由於有大量的數據，因此有時我們會出現錯誤，例如找到的有一些幻方，其實不是都由質數所組成。因此我們經由老師提醒後，增加了檢查的環節，讓我們可以即時的修正錯誤。

(五) 研究結果與討論的部分：

- 1、當我們將質數幻方中的九個質數列出來，並計算彼此之間的差距時，發現這九個數之間的差距都是 6 的倍數，以 $3k+1$ 類， k 值為 102 的質數幻方為例：

13	43	73	277	307	337	541	571	601
----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- (1) $601 - 571 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。
- (2) $571 - 541 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。
- (3) $541 - 337 = 204$; $204 = 6 \times 34$ 。
- (4) $337 - 307 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。
- (5) $307 - 277 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。
- (6) $277 - 73 = 204$; $204 = 6 \times 34$ 。
- (7) $73 - 43 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。
- (8) $43 - 13 = 30$; $30 = 6 \times 5$ 。

- 2、我們上課時老師有提到除了 2 跟 3，其他的質數都可以分類成 $6k+1$ 或 $6k-1$ ，再加上上述我們的發現，如果還有機會我們會想要用 $6k+1$ 、 $6k-1$ 的分類來進行研究。

七、 參考資料：

- (一) 黃欣怡、徐麗萍(2012)。找尋三階質數魔方陣。中華民國第 52 屆中小學科學展覽會國中組數學科
- (二) 幻方-維基百科, 自由的百科全書
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B9%BB%E6%96%B9>
- (三) 質數-維基百科, 自由的百科全書
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E8%B4%A8%E6%95%B0>