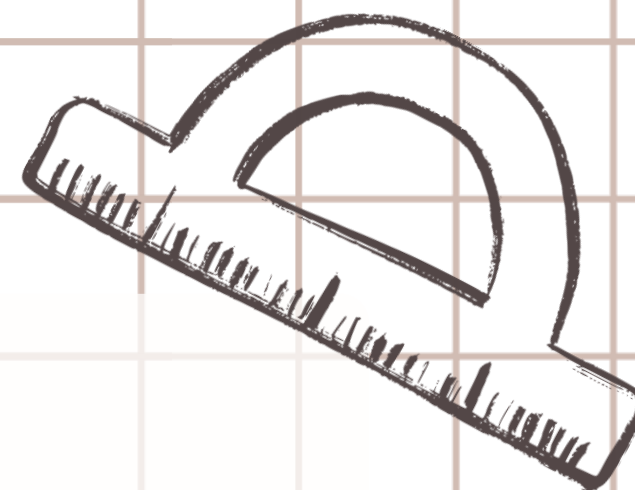
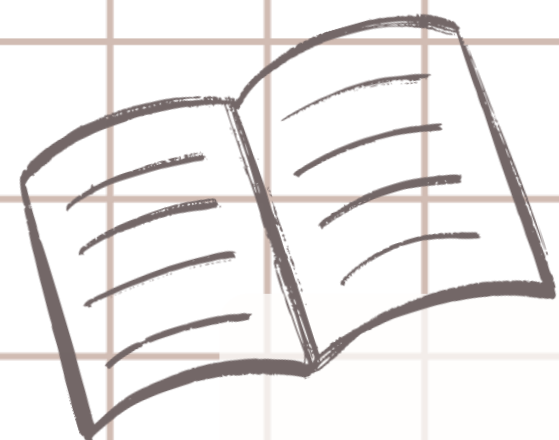




均值的多重宇宙之謎

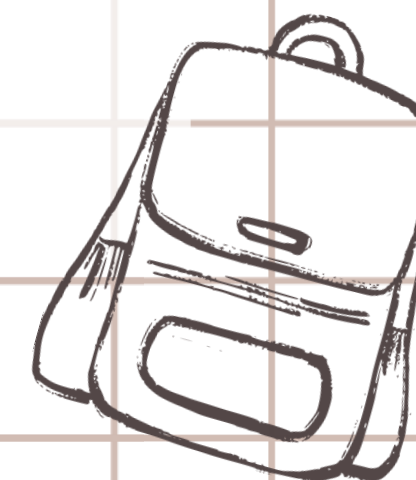
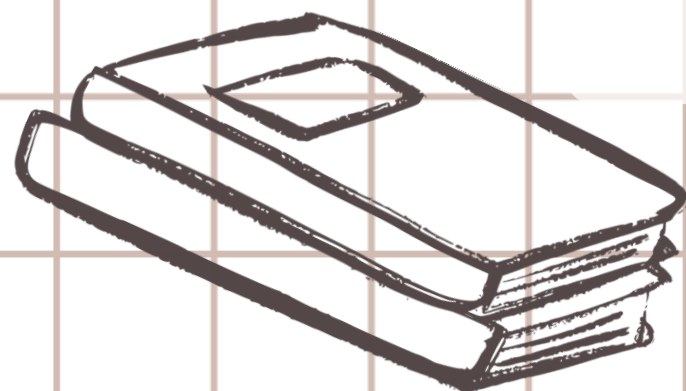




研究動機

 數學老師分享-為何會送分?

 有組員參與這次競賽





1
至
100
的
偶
數
分
成
甲
、
乙
兩
組
的
算
術
平
均
數
差
值
討
論

一、平分
成甲、乙
兩組

(一)兩組平均
數維持相差4

1、討論原題目送分的原因

(二)討論不同
兩組平均數差
值的所有可能

2、改為討論甲組平均數比乙組平均數多5

3、改為討論甲組平均數比乙組平均數多6

4、改為討論甲組平均數比乙組平均數多a，
且a為正整數。

5、討論甲、乙兩組平均數的差值的所有可能
結果，其中差值可能為正、負小數、分數
或整數。

二、分成
甲、乙
兩組個數
不一定
相同的
組別

(一)兩組平均
數維持相差4

6、維持討論甲組平均數比乙組平均數多4

7、改為討論甲組8個，乙組42個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

8、改為討論甲組12個，乙組38個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

9、改為討論甲組15個，乙組35個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

10、改為討論甲組20個，乙組30個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

11、改為討論甲組30個，乙組20個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

(二)討論不同兩
組平均數差值的
所有可能



工作進度甘特圖如下：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	期末
形成研究問題															
文獻探討															
資料分析															
推導一般情形 結果															
撰寫研究報告															
校內成果發表															





相關文獻

1. 針對「2024JHMC 試題解法」搜尋無果
2. 搜尋網路相關資料亦無所獲。
3. 學習等差數列的知識，開始進行研究。





我們先討論
「甲乙兩組個數相同」時
差值的情形





一、平分成
甲、乙
兩組

(一)兩組
平均數維
持相差 4

1、討論原題目送分的原因

(二)討論
不同兩組
平均數差
值的所有
可能

2、改為討論甲組平均數比乙組平均數多 5

3、改為討論甲組平均數比乙組平均數多 6

4、改為討論甲組平均數比乙組平均數多 a ，
且 a 為正整數。

5、討論甲、乙兩組平均數的差值的所有可能
結果，其中差值可能為正、負小數、分數
或整數。





1、討論原題目會「送分」的原因：



原始題目：「將 2、4、6、...、100 這 50 個正偶數平分成甲、乙兩組，若已知甲組的算術平均數較乙組算術平均數多4，則甲組的算術平均數為？」

我們發現： 總平均 = $(2+4+6+8+10+\dots+100)\div50 = 2550\div50 = 51$

且甲組的算術均數較乙組多 4 $\rightarrow \underline{4\div2 = 2}$

$\therefore$ 甲組的算術平均數應為 $51+2 = 53$

但甲組的總和 = $53 \times 25 = 1325 \rightarrow$ 不可能為奇數 $\rightarrow$ 矛盾！

結論： 此題無解 !!!

甲組的算術平均數，不可能比乙組算術平均數多4！





2、當甲乙兩組平分且甲組比乙組平均多5



我們發現： 設甲組的算術平均數為 $(m+5)$ ，乙組算術平均數為 m

$$\therefore 25(m+5) + 25m = 2550 \rightarrow m = 48.5$$

則 甲組的算術平均數為 53.5

$$\text{甲組的總和} = 53.5 \times 25 = 1337.5 \rightarrow \text{矛盾!!}$$

$\therefore \Rightarrow$ 即成首項-50，末項50，公差 $\Rightarrow$ 即成首項-50，末項50，公差

結論： 此題無解 !!!

甲組的算術平均數，不可能比乙組算術平均數多5！





3、當甲乙兩組平分且甲組比乙組平均多6



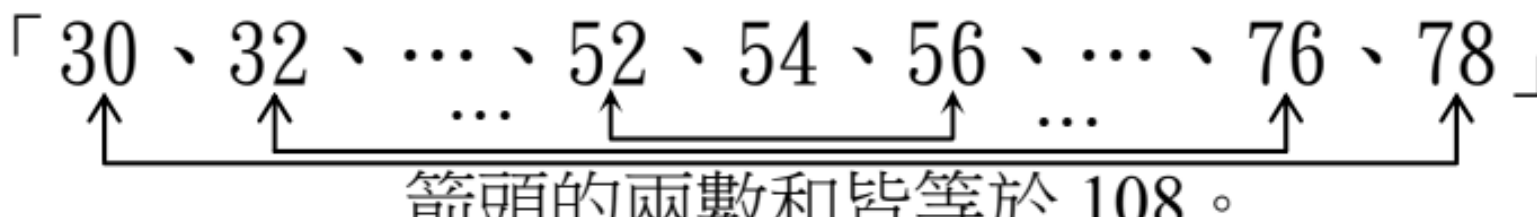
我們發現： 總平均 = $(2+4+6+8+10+\dots+98+100)\div 50 = 2550\div 50 = 51$

甲組的算術平均數較乙組多 6 $\rightarrow 6\div 2 = 3$

$\therefore$ 甲組的算術平均數應為 $51+3 = 54$,

乙組算術平均數則應為 $51-3 = 48$

$\therefore$ 甲組的總和 = $54\times 25 = 1350$, 乙組的總和 = $48\times 25 = 1200$

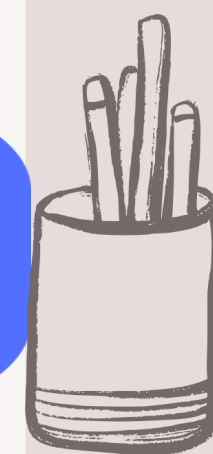
例如，甲組的偶數為「30、32、...、52、54、56、...、76、78」

箭頭的兩數和皆等於 108。

甲組的平均數 = $(30+32+\dots+76+78)\div 25 = 54$

結論：

當甲組的算術平均數為 54 時，

甲組的算術平均數會 比乙組的算術平均數多6 $\rightarrow$ 有解！





4、當甲乙兩組平分時，甲組比乙組平均多 a ，且 a 為整數



我們發現：

設甲組的算術平均數為 $(m+a)$ ，乙組的算術平均數為 m

$$\text{可得 } 25(m+a)+25m=2550 \rightarrow m = 51 - \frac{a}{2}$$

$$\because m = 51 - \frac{a}{2} \text{ 為偶數} \rightarrow \frac{a}{2} \text{ 為奇數.}$$

$$\text{設 } \frac{a}{2} = 2k-1 \ (k \in \mathbb{N}) \rightarrow a=4k-2 \rightarrow \text{可得 } a = 2、6、10、\dots$$

$$\text{乙組的算術平均數 } m \text{ 的最小值} = (2+4+\dots+48+50) \div 25 = 26$$

$$\text{此時 } 26 = 51 - \frac{a}{2}, \text{ 可得 } a = 50 \rightarrow \text{即 } a \text{ 的最大值為 } 50$$

結論：

$\therefore a$ 可能值為 2或6或10或 $\dots$ 或 50，形成公差為 4 的等差數列

且此時算術平均數之差的可能正整數值 a ，共有
 $(50-2) \div 4 + 1 = 12+1 = 13$ 種可能。

註：我們將於稍後第 5 點的討論時，驗證這 13 種可能之值無誤。





5、當平分成甲、乙兩組時，甲組比乙組平均之差**有哪些可能結果？**

我們發現：

甲組比乙組的算術平均數：

(1) 差的最大值為**50**；最小值為**-50**

(2) 差的絕對值之最小值**不是0**，而是**0.08**

(3) 甲組總和每多2，平均會**增加0.08**
乙組總和每少2，平均會**減少0.08**

算術平均數之差，
每次將會**增加**
 $0.08 - (-0.08) = 0.16$

結論1：

甲、乙組算術平均數之差**由小到大**排列可得：

-50、 -49.84、 -49.68、 ...、 49.68、 49.84、 50

即成首項-50, 末項 50, 公差為 0.16 的等差數列

算術平均數之差，共有

$$[50 - (-50)] \div 0.16 + 1 = 625 + 1 = 626 \text{ 種可能。}$$





5、當平分成甲、乙兩組時，甲組比乙組平均之差**有哪些可能結果？**

結論2：在上述**結論1**的**626種**結果中，我們整理出了：

項數	甲、乙兩組 平均的差值 a	項數	甲、乙兩組 平均的差值 a	項數	甲、乙兩組 平均的差值 a
326	2	451	22	576	42
351	6	476	26	601	46
376	10	501	30	626	50
401	14	526	34		
426	18	551	38		

因而驗證了**資料分析 4** 的結論：。

甲、乙兩組的算術平均數的可能的正整數差值 a ，共有 13 種可能。

無誤





接著我們繼續討論
「甲乙兩組個數不同」時
差值的情形





二、平分
成甲、乙
兩組個數
不一定相同
的組別

(一)兩組平均數
維持相差4

6、維持討論甲組平均數比乙組平均數多4

(二)討論兩組個數
不同時平均數
差值的所有可能

7、改為討論甲組8個，乙組42個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

8、改為討論甲組12個，乙組38個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

9、改為討論甲組15個，乙組35個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

10、改為討論甲組20個，乙組30個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。

11、改為討論甲組30個，乙組20個時，
甲、乙兩組平均數的可能差值與個數。





6、甲、乙個數不同且甲組比乙組平均多4

設甲組有 n 個且平均數為 $x+4$ ，則乙組有 $(50-n)$ 個且平均數為 x 。

$$\therefore nx(x+4) + (50-n)x = 2550 \Rightarrow 2n + 25x = 1275$$

甲組 個數 n	甲組 平均 $x+4$	甲組總和 $n(x+4)$	甲組 個數 n	甲組 平均 $x+4$	甲組總和 $n(x+4)$	甲組 個數 n	甲組 平均 $x+4$	甲組總和 $n(x+4)$	甲組 個數 n	甲組 平均 $x+4$	甲組總和 $n(x+4)$
1	54.92	54.92	14	53.88	754.32	27	52.84	1426.68	40	51.8	2072
2	54.84	109.68	15	53.8	807	28	52.76	1477.28	41	51.72	2120.52
3	54.76	164.28	16	53.72	859.52	29	52.68	1527.72	42	51.64	2168.88
4	54.68	218.72	17	53.64	911.88	30	52.6	1578	43	51.56	2217.08
5	54.6	273	18	53.56	964.08	31	52.52	1628.12	44	51.48	2265.12
6	54.52	327.12	19	53.48	1016.12	32	52.44	1678.08	45	51.4	2313
7	54.44	381.08	20	53.4	1068	33	52.36	1727.88	46	51.32	2360.72
8	54.36	434.88	21	53.32	1119.72	34	52.28	1777.52	47	51.24	2408.28
9	54.28	488.52	22	53.24	1171.28	35	52.2	1827	48	51.16	2455.68
10	54.2	542	23	53.16	1222.68	36	52.12	1876.32	49	51.08	2502.92
11	54.12	595.32	24	53.08	1273.92	37	52.04	1925.48			
12	54.04	648.48	25	53	1325	38	51.96	1974.48			
13	53.96	701.48	26	52.92	1375.92	39	51.88	2023.32			

{ 甲組個數為 10 時，平均為 54.2
甲組個數為 20 時，平均為 53.4
甲組個數為 30 時，平均為 52.6
甲組個數為 40 時，平均為 51.8





接下來我們討論：

甲乙兩組個數不同情形下，

平均數差值的所有可能及總數





7、當甲組8個，乙組42個時，甲、乙兩組平均可能的差值與個數。



我們發現：

甲乙組平均差值最小為-50，最大為50

甲組的總和每次增加2，則其平均數將增加 $2 \div 8 = 0.25$ 。

且乙組的總和每次減少2，則其算數平均數每次減少 $\frac{2}{42} = \frac{1}{21}$

故兩組平均數之差，每次將會增加 $0.25 - (-\frac{1}{21}) = \frac{25}{84}$

結論：

算術平均數之差由小到大排列可得： -50 、 $-49\frac{59}{84}$ 、 $-49\frac{17}{42}$ 、 $\dots$ 、 $49\frac{59}{84}$ 、 50

=>即成首項-50，末項50，公差 $\frac{25}{84}$ 的等差數列。

且此時算術平均數之差，

共有 $[50 - (-50)] \div \frac{25}{84} + 1 = 336 + 1 = 337$ 種可能。





8、當甲組12個，乙組38個時，甲、乙兩組平均可能的差值與個數。



我們發現：

甲乙組平均差值最小為-50，最大為50

甲組的總和每次增加2，則其平均數將增加 $2 \div 12 = \frac{1}{6}$

且乙組的總和每次減少2，則其算數平均數每次減少 $\frac{2}{38} = \frac{1}{19}$

故兩組平均數之差，每次將會增加 $\frac{1}{6} - (-\frac{1}{19}) = \frac{25}{114}$

甲乙兩550

結論：

∴ =>即成首項-50，末項50，公差=>即成首項-50，末項50，公差

算術平均數之差由小到大排列可得： -50 、 $-49\frac{89}{114}$ 、 $-49\frac{32}{57}$ 、 $\dots$ 、 $49\frac{89}{114}$ 、 50

=>即成首項-50，末項50，公差 $\frac{25}{114}$ 的等差數列。

且此時算術平均數之差，

共有 $[50 - (-50)] \div \frac{25}{114} + 1 = 456 + 1 = 457$ 種可能。





9、當甲組15個，乙組35個時，甲、乙兩組平均可能的差值與個數。



我們發現：

甲乙組平均差值最小為-50，最大為50

甲組的總和每次增加2，則其平均數將增加 $2 \div 15 =$

$$\frac{2}{15}$$

且乙組的總和每次減少2，則其算數平均數每次減少

$$\frac{2}{35}$$

故兩組平均數之差，每次將會增加 $\frac{2}{15} - (-\frac{2}{35}) = \frac{4}{21}$

甲乙兩550

結論：

∴ =>即成首項-50，末項50，公差=>即成首項-50，末項50，公差

算術平均數之差由小到大排列可得： -50 、 $-49\frac{17}{21}$ 、 $-49\frac{13}{21}$ 、...、 $49\frac{17}{21}$ 、 50

=>即成首項-50，末項50，公差 $\frac{4}{21}$ 的等差數列。

且此時算術平均數之差，

共有 $[50 - (-50)] \div \frac{4}{21} + 1 = 525 + 1 = 526$ 種可能。





10、當甲組20個，乙組30個時，甲、乙兩組平均可能的差值與個數

結論：算術平均數之差由小到大排列可得： -50 、 $-49\frac{5}{6}$ 、 $-49\frac{4}{6}$ 、 $\dots$ 、 $49\frac{5}{6}$ 、 50
=>即成首項 -50 ，末項 50 ，公差 $\frac{1}{6}$ 的等差數列。

且此時算術平均數之差，

共有 $[50 - (-50)] \div \frac{1}{6} + 1 = 600 + 1 = 601$ 種可能。

11、當甲組30個，乙組20個時，甲、乙兩組平均可能的差值與個數

結論：算術平均數之差由小到大排列可得： -50 、 $-49\frac{5}{6}$ 、 $-49\frac{4}{6}$ 、 $\dots$ 、 $49\frac{5}{6}$ 、 50
=>即成首項 -50 ，末項 50 ，公差 $\frac{1}{6}$ 的等差數列。

且此時算術平均數之差，

共有 $[50 - (-50)] \div \frac{1}{6} + 1 = 600 + 1 = 601$ 種可能。





我們發現

以下各組數列由小排到的結果是一樣的：

{ 甲組是20個(乙組是30個)
甲組是30個(乙組是20個)

{ 甲組是38個(乙組是12個)
甲組是12個(乙組是38個)

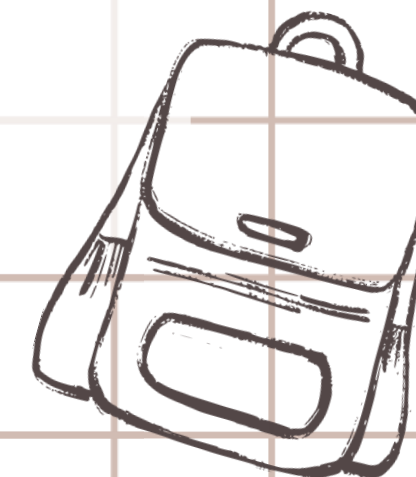
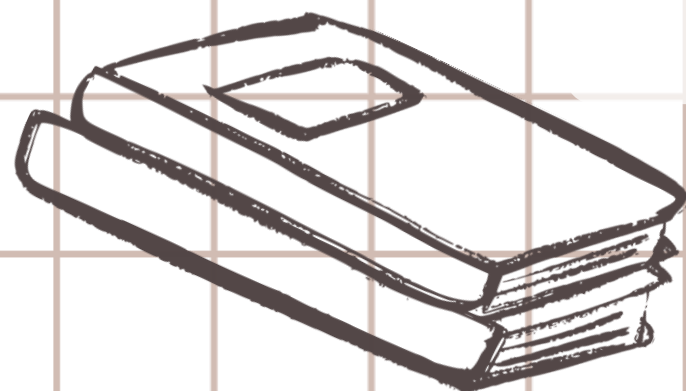
{ 甲組是35個(乙組是15個)
甲組是15個(乙組是35個)

{ 甲組是42個(乙組是8個)
甲組是8個(乙組是42個)





研究結果





結論 1：當甲組的個數為 n ，此時乙組的個數為 $(50-n)$ ，若我們定義甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值由小至大排列的結果為數列 $\langle A_n \rangle$ ，亦即：

當 $n=1$ 時，所得的數列記為 $\langle A_1 \rangle$

當 $n=2$ 時，所得的數列記為 $\langle A_2 \rangle$

：

當 $n=49$ 時，所得的數列記為 $\langle A_{49} \rangle$

則我們將可得 $\langle A_n \rangle = \langle A_{50-n} \rangle$

亦即 $n=k$ 時和 $n=50-k$ 時（其中 $1 \leq k \leq 49$ ，且 k 為整數），

則兩者之數列由小至大排列後會相同。

證明：這是顯而易見的。





結論 2：若將 2、4、6、8、10、...、100 這 50 個正偶數平分成甲、乙兩組，且甲組的算術平均數比乙組算術平均數多 a ，且 a 為正整數，則甲、乙兩組的算術平均數的差值 a ，將為 2、6、10、...、50，形成公差為 4 的等差數列，且 a 值有 13 種可能。

證明：
$$\because a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$\therefore 50 = 2 + (n-1) \times 4$$
$$4(n-1) = 48$$
$$n-1 = 12$$
$$n = 13$$





結論 3：當甲組的個數為**偶數個**時，此時乙組的個數也會是**偶數個**，
則甲組算術平均數與乙組算術平均數的差之最小值的絕對
值為 0。

證明：將 2、4、6、8、...、100 這 50 個偶數分成 (2, 100)、(4, 98)、
(6, 96)、...、(50, 52) 25 組。

∴ 這 25 組中的每一組中的兩數之平均值皆為 51

∴ 若甲組的數是由這 25 組任**取其中幾組組成偶數個**來當甲
組的數值，則甲組數的算術平均數為 51，

同理乙組的算術平均數也為 51。

可得其相差之結果為 $51 - 51 = 0$





結論 4：若甲組的個數為奇數個時，此時乙組的個數也會是奇數個，
則甲組算術平均數與乙組算術平均數的差之最小值將不會
是 0。



證明： 設甲組有 a 個偶數，乙組有 $(50-a)$ 個偶數 （其中 a 為奇數）

且設其算數平均數皆為 x

$$\therefore ax + (50-a)x = 2550$$

$$50x = 2550$$

$$x = 51$$

但此時甲組數的總和 = $ax = 51a$ 為奇數 $\Rightarrow$ 矛盾

$\therefore$ 甲組算術平均數與乙組算術平均數的差之最小值將不會 是 0





結論 5：不論甲組的個數是取奇數個或偶數個，則甲組算術平均數與乙組算術平均數的差之最小值為-50；而且，甲組算術平均數與乙組算術平均數的差之最大值為 50。



證明：設甲組有 n 個數，

$$\text{則甲組之和的最小值為 } 2+4+6+\cdots+2n = \frac{n \times (2+2n)}{2} = n + n^2$$

$$\text{此時甲組的算術平均數為 } \frac{n + n^2}{n} = 1 + n$$

$$\text{又乙組的總和為 } 2550 - n - n^2 = (51+n)(50-n)$$

$$\text{可得其平均相差之結果為 } (1+n) - (51+n) = -50$$

同理，若改為設乙組有 n 個時，依類似上述的方法來推論，

則此時將變成甲、乙兩組之平均相差的最大值為 50。





結論 6：當甲組的個數為 n 時，乙組的個數為 $(50-n)$ ，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值，由小至大排列可形成首項 -50 ，末項 50 ，公差為 $\frac{100}{n(50-n)}$ 的等差數列。

證明：由結論 5 可知：甲組算術平均數減乙組算術平均數的最小值與最大值分別為 -50 與 50 。

$$\begin{aligned}\text{而} \because \text{甲組總和的第二小值} &= 2+4+6+\cdots+(2n-2)+\color{red}{(2n+2)} \\ &= \frac{[2+(2n-2)] \times (n-1)}{2} + (2n+2) \\ &= n^2 + n + 2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{甲組算數平均數} = \frac{n^2 + n + 2}{n} = n + 1 + \frac{2}{n},$$

$$\Rightarrow \text{比甲組算數平均數最小時，增加 } (n + 1 + \frac{2}{n}) - (1 + n) = \frac{2}{n}$$





結論 6：當甲組的個數為 n 時，乙組的個數為 $(50-n)$ ，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值，由小至大排列可形成首項 -50 ，末項 50 ，公差為 $\frac{100}{n(50-n)}$ 的等差數列。

又此時乙組總和的第二大值 $= 2550 - (n^2 + n + 2)$

$$\begin{aligned}\therefore \text{乙組算數平均數} &= \frac{2550 - (n^2 + n + 2)}{50 - n} \\ &= \frac{(2550 - n - n^2) - 2}{50 - n} \\ &= \frac{(50 - n)(51 + n) - 2}{50 - n} \\ &= 51 + n - \frac{2}{50 - n}\end{aligned}$$





結論 6：當甲組的個數為 n 時，乙組的個數為 $(50-n)$ ，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值，由小至大排列可形成首項 -50 ，末項 50 ，公差為 $\frac{100}{n(50-n)}$ 的等差數列。



$$\Rightarrow \text{比乙組算數平均數最大時，減少 } (51+n) - (51+n - \frac{2}{50-n}) = \frac{2}{50-n}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{公差} &= \frac{2}{n} - (-\frac{2}{50-n}) = \frac{2}{n} + \frac{2}{50-n} \\ &= \frac{2(50-n) + 2n}{n(50-n)} = \frac{100 - 2n + 2n}{n(50-n)} \\ &= \frac{100}{n(50-n)}\end{aligned}$$





結論 7：當甲組的個數為 n 時，乙組的個數為 $(50-n)$ ，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值，除了由小至大排列可形成首項 -50 ，末項 50 ，公差為 $\frac{100}{n(50-n)}$ 的等差數列之外，它共有 $n(50-n)+1$ 種可能的值。

證明： $\because a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\therefore n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \quad \text{即} \quad n = (a_n - a_1) \div d + 1$$

$$\therefore n = [50 - (-50)] \div \frac{100}{n(50-n)} + 1$$

$$= 100 \times \frac{n(50-n)}{100} + 1$$

$$= n(50-n) + 1$$

故甲、乙兩組算術平均數之差，共有 $n(50-n)+1$ 種的可能值





結論 8:進一步的討論結論 7的 $n(50-n)+1$ 可能值之結果，我們發現：

甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值的數量，在 $n=25$ 時，也就是甲、乙兩組皆有 25 個時，將會有最多種的可能值。

討論：我們繼續透過 Excel 程式來幫我們整理甲組、乙組在不同個數時，它們算術平均數之差值的可能結果的數量，可得：





甲組 個數 n	乙組 個數 $50-n$	平均數差值 可能之數量 $n(50-n)+1$	甲組 個數 n	乙組 個數 $50-n$	平均數差值 可能之數量 $n(50-n)+1$	甲組 個數 n	乙組 個數 $50-n$	平均數差值 可能之數量 $n(50-n)+1$	甲組 個數 n	乙組 個數 $50-n$	平均數差值 可能之數量 $n(50-n)+1$
1	49	50	14	36	505	27	23	622	40	10	401
2	48	97	15	35	526	28	22	617	41	9	370
3	47	142	16	34	545	29	21	610	42	8	337
4	46	185	17	33	562	30	20	601	43	7	302
5	45	226	18	32	577	31	19	590	44	6	265
6	44	265	19	31	590	32	18	577	45	5	226
7	43	302	20	30	601	33	17	562	46	4	185
8	42	337	21	29	610	34	16	545	47	3	142
9	41	370	22	28	617	35	15	526	48	2	97
10	40	401	23	27	622	36	14	505	49	1	50
11	39	430	24	26	625	37	13	482			
12	38	457	25	25	626	38	12	457			
13	37	482	26	24	625	39	11	430			

可以發現：當甲組的個數為 25，乙組的個數為 25 個時，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的可能值為 626 最多。

亦即：當甲組的個數為 n 時，乙組的個數為 $(50-n)$ 時，甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可能值的數量，在 $n=25$ 時，將會有最多種的可能值。





結論 9：我們繼續將結論 7的結果公式，回推回去一開始：50 個偶數
平分成甲、乙兩組(即 $n=25$ ，甲組 25 個、乙組也 25 個)時，
我們發現甲組算術平均數與乙組算術平均數之差的所有可

能值所形成的等差數列之**公差**為 $\frac{100}{25 \times 25} = 0.16$ ，且甲、乙

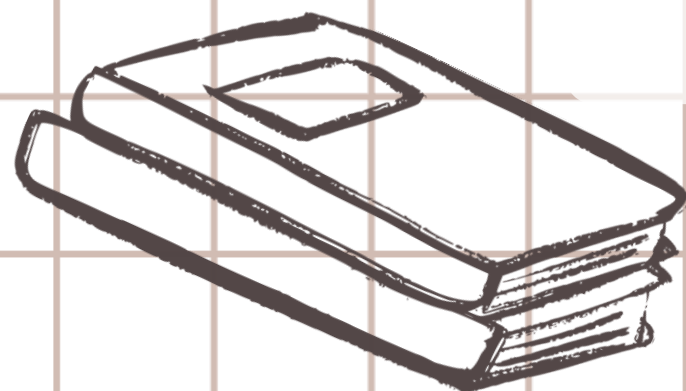
兩組算術平均數之差**共有 $25 \times 25 + 1 = 626$ 種可能值。**

這個結果與前面 四、資料分析的第 5 點 所得之**結果**
相同，驗證了我們前面的**推論無誤**。





評鑑與檢討





1. 發覺問題：

- (1) 沒相關經驗，研究主題不易找尋。
- (2) 原來題目就在生活中。
- (3) 只要用心，處處都是研究題材。





2. 應用所學的數學來解決問題：

老師建議我們從歷屆的國中、小的科展
與獨立研究中去下手，也可從各種中學
生的數學競賽試題中找尋靈感。





3. 心得感想：

- (1)多虧老師**建議和分享**這個題目，
- (2)有組員也**參與這次JHMC的競賽**，感觸特別深刻。
- (3)師長們不厭其煩的**指導、引領**著我們。
- (4)從**Pattern**中找尋規律、學會**歸納**，並進一步**解決問題**。
- (5)**運用科技(Excel)**的使用來協助我們學習。





4. 未來展望：

- (1) 可討論 $2、4、6、8、10、\dots、98$ 共 49 個偶數分成二組的情況；
或是討論 $2、4、6、8、10、\dots、96$ 共 48 個偶數分成二組的情況
- (2) 討論 100 以下的奇數分成甲乙二組時的情形。
- (3) 討論 $2、4、6、8、10、\dots、98、100$ 共 50 個偶數分成
甲、乙、丙三組的情況。

甚至可探討甲、乙二組的中位數、四分位數、百分位數 等
其它統計量數的關係。





Thank You

感謝聆聽

